# 用Geogebra绘制麦克斯韦速率分布曲线

2021年上海学业水平考试第5题考察了不同温度下分子速率的分布曲线，原题如下：

某理想气体在*T*1、*T*2两个不同温度下的分子速率分布曲线如图所示。图中*f*(*v*)表示**单位速率区间内的分子数占总分子数的百分比**随分子速率*v*的变化关系，两曲线与横轴所围面积分别为*S*1、*S*2，则【B】

*f*(*v*)

*v*

*O*

*T*1

*T*2

A．*T*1＞*T*2 B．*T*1＜*T*2

C．*S*1＞*S*2 D．*S*1＜*S*2

2017年全国理综也有类似的题目：

氧气分子在0 ℃和100 ℃温度下**单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比**随气体分子速率的变化分别如图中两条曲线所示。下列说法正确的是【ABC】

各速率区间的分子数占总分子数的百分比

*v*/m·s-1

200

0

400

600

800

（A）图中两条曲线下面积相等

（B）图中虚线对应于氧气分子平均动能较小的情形

（C）图中实线对应于氧气分子在100 ℃时的情形

（D）图中曲线给出了任意速率区间的氧气分子数目

（E）与0 ℃时相比，100 ℃时氧气分子速率出现在0~400 m/s区间内的分子数占总分子数的百分比较大

两道题目中都考察了曲线所围面积的物理意义。麦克斯韦速率分布曲线的横轴表示速率，纵轴表示单位速率的分子数占总分子数的百分比，麦克斯韦速率分布曲线的面积的意义，就是将每个单位速率的分子数占总分子数的百分比进行累加，累加的结果是1。

**翻翻教材，2007版上海科技出版社的教材内容如下：**

以气体为例，气体的大量分子做无规则运动，但每个分子的速度大小（即速率）是不同的。对同一个分子而言，速率也时大时小，每个分子具有多大的速率完全是偶然的，但大量分子的速率分布却有一定的规律性。研究表明，这种大量分子速率分布的规律性是一种统计规律（图6-11）。

分子数

百分率

低温分布

高温分布

速率

分子速率分布的统计规律

气体的大多数分子，其速率都在某个数值附近，离开这个数值越远，分子数越少。

**2019年版人民教育出版社的教材内容如下：**

尽管分子做无规则运动，速率有大有小，但大量分子的速率却按一定的规律分布。下表是氧气分子在 0℃ 和100℃ 两种不同情况下的速率分布情况。图 1.3-2 是根据表格中的数据绘制的图像。

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 速率区间 /（m·s-1） | 100 以下 | 100~200 | 200~300 | 300~400 | 400~500 | 500~600 | 600~700 | 700~800 | 800~900 | 900 以上 |
| 各速率区间的分子数占总分子数的百分比 | 0 ℃ | 1.4 | 8.1 | 17.0 | 21.4 | 20.4 | 15.1 | 9.2 | 4.5 | 2.0 | 0.9 |
| 100 ℃ | 0.7 | 5.4 | 11.9 | 17.4 | 18.6 | 16.7 | 12.9 | 7.9 | 4.6 | 3.9 |

可以看到，0℃和 100℃氧气分子的速率都呈“中间多、两头少”的分布，但这两个温度下具有最大比例的速率区间是不同的：0℃时，速率在 300 ～ 400 m/s的分子最多；100℃时，速率在400 ～ 500 m/s的分子最多。100℃的氧气，速率大的分子比例较多，其分子的平均速率比 0℃的大。从这里我们可以直观地体会“温度越高，分子的热运动越剧烈”这句话的含义。

100~200

200~300

300~400

400~500

500~600

800~900

900

700~800

600~700

100以下

各速率区间的分子数占总分子数的百分比

分子的速率

20

15

10

5

图1.3-2 氧气分子的速率分布图像

从教材上可以看出，对于曲线面积的意义两本教材都没有涉及，学生能通过自己的分析能力得出结论要求较高。

闲来无事，想深入研究一下。找出大学课本抄个结论吧：在三维速度空间内，分子数占总分子数的比例为：

取

这就是麦克斯韦速率分布函数。*f*(*v*)单位是速度单位的倒数s/m（**我原来一直以为单位是百分比呢！**可能是因为上海教材的纵坐标表示为“分子数百分率”而不是“单位速率区间内的分子数占总分子数的百分比”，有点不太严密，从表达式上来说：“分子数百分率”为，而“单位速率间隔的分子数占总分子数的百分比”为，而后者即*f*(*v*)），因此面积的单位是一个无量纲的数字，上面已经说过，就是1。

式中*m*为气体分子的质量，*k*为玻尔兹曼常数取1.38×10-23 J/K，*T*为温度。

由于分子质量*m*比较难记，我们还可以使用摩尔质量*M*，有*M*＝*N*A*m*；而玻尔兹曼常量的定义为*k*＝，因此＝，所以*f*(*v*)可以表达为：

式中*R*为气体常数，为8.314 J/（mol·K），由于习惯上摩尔质量的单位取g/mol，因此*R*代入8314。

此函数的最大值称为最概然速率。在相同的速率间隔之间，最概然速率附近的分子数最多。表达式为

知道了数学函数，利用Geogebra就可以很容易地画出曲线了。下面是主要步骤：

1．添加一个数值R＝8314；

2．添加两个数T、M，并显示为滑动条。其中T的范围设置为100～500，M的范围设置为2～50；

3．添加函数f(x)＝如果(x ≥ 0, 4π sqrt((M / (2π R T))³) x² ℯ^((-M x²) / (2R T)))；

至此就可以绘制出曲线了。

4．添加数值vm＝sqrt((2R T) / M)；

5．添加数值p＝f(vm)；

6．添加点A＝(vm,p)；

至此就可以显示最概然速率。例如，当温度为300 K时，氧气（摩尔质量为32 g/mol）分子最概然速率为394.83 m/s，这部分分子占分子总数的0.21%。

7．添加数值v1、v2，并显示为滑动条，范围设置为0～1200。

8．添加数值“面积＝积分(f,v1,v2)”。

至此就可以显示v1～v2速率区间分子数的百分比。例如，在373K时，氧气分子的速率在100～200 m/s区间内的分子占总数的5.4%，与上面人教版教材给出的数据一致（人教版的图纵坐标为“**速率区间**百分比”，而不是“**单位速率区间**百分比”，因此纵坐标的值与下图有所不同）。若v1取0，v2取1200（理论上应该取无穷大），发现面积约等于1。



ggb源代码下载地址：[https://enjoyphysics.cn/geogebra/source/麦克斯韦速率分布1.zip](https://enjoyphysics.cn/geogebra/source/%E9%BA%A6%E5%85%8B%E6%96%AF%E9%9F%A6%E9%80%9F%E7%8E%87%E5%88%86%E5%B8%831.zip)。