# 20.2 粒子的运动

我们希望粒子按照自然逼真的方式运动。为简单起见，在本书中，我们将粒子的净加速度（net acceleration）限定为一个常量；例如，由重力产生的加速度。（我们也可以为由其他作用力产生的加速度指定大概的近似值，比如风力。）另外，我们的粒子不做任何碰撞检测。

设**p**(*t*)为一个粒子沿着一条曲线运动（到时间*t*时）的位置。当时间等于*t*时，粒子的瞬时速度（instantaneous velocity）为：



当时间等于*t*时，粒子的瞬时加速度（instantaneous acceleration）为：



回顾以下微积分知识：

1．如果函数**F**(*t*)为函数**f**(*t*)的任意一个原函数（也可理解为不定积分），则**F**(*t*)的导数为**f**(*t*)；也就是**F**ʹ(*t*)=**f**(*t*)。

2．如果函数**F**(*t*)为函数**f**(*t*)的任意一个原函数，**e**为任意常量，则**F**(*t*)+**e**也为**f**(*t*)的一个原函数。而且，对于**f**(*t*)的每个原函数的形式都是**F**(*t*)+**e**。

3．我们使用积分符号表示**f**(*t*)的任意原函数，



由速度和加速度的定义可知，速度函数是加速度函数的积分，而位置函数是速度函数的积分。也就是：



现在，假设加速度为常量（即，它不随时间而变化）。当时间*t*=0时，粒子的初始速度**v**(0)=**v**0、粒子的初始位置**p**(0)=**p**0。然后把常量加速度代入速度函数：



我们用初始速度来求解常量：



则速度函数为：



我们把它代入位置函数，求得：



我们用初始位置来求解常量：



则位置函数为：



换言之，粒子的运动轨迹**p**(*t*)完全取决于它的初始位置、初始速度和加速度常量（其中，时间*t*≥0）。这不难理解，因为当我们知道粒子从哪个地方开始运动、有多快以及朝哪个方向运动，还有整个过程中的加速情况，我们就可以计算出粒子的运动轨迹。

让我们来看一个例子。假设，在坐标系原点上放置一门大炮，它的炮管与*x*轴成30°角（参见图20.2）。在该坐标系中，**p**0=(0,0,0)（即，炮弹的初始位置位于原点），重力加速度常量**a**= (0,−9.8,0)m/s2（即，由重力产生的加速度为9.8 米/秒2）。另外，假设我们已经测出大炮在开火的一瞬间，炮弹的初始速度为50米/秒。那么，初始速度**v**0=50(cos30°,sin30°,0)m/s≈(43.3,25.0,0)m/s。记住，速度（velocity）是由速率（speed）和方向（direction）组成的，我们要将速率乘以单位方向向量(cos30°,sin30°,0)，这样就得到了炮弹的运动轨迹：



****

**图20.2 给出粒子的初始位置、初始速度和重力加速度，我们可以计算出粒子在*xy*平面上随时间而移动的轨迹（这里没有标出时间单位）。**

如果我们把炮弹的运行轨迹绘制在*xy*平面上（*z*坐标始终为0），就可以得到如图20.2所示的曲线。这是我们预测出来的受重力影响的运动轨迹。

**注意**：你也可以不做上面那样的函数推导。如果你已经知道了粒子使用的轨迹函数**p**(*t*)，那么可以直接把它写入程序。例如，当你希望粒子按照一个椭圆轨迹运动时，可以直接以一个参数化的椭圆方程来作为**p**(*t*)。