# 讲关系——铁律与橡皮律

数学尚且可以模糊，诗为什么不可以朦胧？

有些事不要说得那么死，留点余地为好。

曾经“说数”和“论形”，现在再来“讲关系”。数、形和关系均为数学内之容，彼此密切相关。

宇宙中万事万物都不是孤立的，互相之间有错综复杂的关系，数学以定量的方式表达和处理这些关系。

数学大厦是用逻辑推理建立起来的，这是数学处理其内部关系的方法。逻辑所建立的不是模棱两可的模糊关系，而是一丝不苟的严格关系，它给出的是“铁律”。对于数学的逻辑系统，你要么全盘接受，要么整个拒绝。如你承认欧几里德的几条公理，就得接受由这些公理及所推出的定理组成之公理系统——欧几里德几何。如不接受，就得重起炉灶，从另一些公理出发，建立另一套公理系统——非欧几里德几何。脚踏两条船是不允许的，数学公理系统的这种绝对严格性使之成为毋需实验证明的自证体系，有别于其他实验科学。

数学家醉心于建立这种逻辑的铁律，1900年德国著名数学家希尔伯特提出要求建立无所不包、完美的数学公理体系。正当许多数学家为此孜孜以求时，不料奥地利数学家哥德尔于1931年证明了一个定理：“包括算法在内的自洽公理系统必定存在一个命题，既无法证明其正确，也无法证明其不正确。”这犹如一声春雷，惊醒了那些数学家，他们的完美体系之梦破灭了。人们却意外地找到了破缺美。“这竟和美有关系？”有！不信请看一本奇书——《哥德尔、艾舍尔、巴赫——集异璧之大成》。哥德尔是数学家，艾舍尔是画家，巴赫是音乐家，不同时代的艺术家和科学家心有灵犀一点通。



**奥地利数学家哥德尔（K．Gödel，1906-1978）**



**音乐家巴赫（J.S.Bach，1685-1750）**

哥德尔定理震撼了学术界，有些人将之无限外推到其他领域。引申出悲观的结论，诸如：哥德尔定理使物理学陷入困境，设定了人类认识自然的极限……一时竟成为时尚，这就太过分了。其实哥德尔定理只是说：在数学领域内公理系统的逻辑方法不是万能的。如此而已，岂有他哉。再说，难道大千世界真的是由铁律构成的铁板一块吗？

现实世界存在两类不同的关系：第一类遵从铁律，它在一定条件下给出唯一确定的结果；第二类不遵从铁律，描述这类关系的规律带有模糊性，只给出可能发生的结果，而不能唯一确定。如何定量描述这类关系？促使数学建立了一个分支——概率论？说来有趣，概率论源起于赌博。譬如掷骰子：对密度均匀的正正方体构成的骰子而占，六种点子出现的概率相等，均为1/6，这是显而易见的。“掷一颗骰子出现点数大于掷另外两颗骰子出现点数之和的概率是多少？”就不那么明显了。诸如此类的问题对赌场来说，是有关赚钱或蚀本的大事，需要请数学家来算一算。经典概率论就是在这种需要的推动下建立的，尔后发现在科学技术领域中也大有用武之地。

概率事件具有不确定性：住骰予未掷下前，你无法预知出现的点子，否则你就每赌必赢了。但不确定性中隐含着确定性：重复掷骰子多次，各种点子出现的次数就都趋于相等，出现点数的平均值趋于定值：（1+2+3+4+5+6）÷6=3.5，这称为“大数定理”，是一种统计规律、赌场利用统计规律设计能赚钱的赌博规则，科学家及经济学家则利用统计规律预测未来。

概率统计的引入是近代科学的一件大事，为了充分认识其重要性，要从牛顿力学说起。牛顿的运动定律是完全确定的铁律，如给出了作用于物体的力及其初始位置和速度，就可以根据牛顿运动方程丝毫不差地算出以后的运动状态——位置和速度。牛顿力学解释了天体运行以及当时所知的一切机械运动，取得了辉煌的成功。在牛顿力学基础上发展起来的经典物理学，从根本上仍然继承了其铁律性质。法国著名数学家拉普拉斯（P．S．Laplace，1749-1827）将这种铁律的作用发挥到极致，他说：根据牛顿力学，知道了宇宙中所有粒子现在的位置和速度，就可以算出今后宇宙一切的发展变化。这个被称为“绝对决定论”的真正含义是：过去唯一决定现在，现在唯一决定将来。换言之，宇宙中现有的以及将要发生的一切早就在开天辟地时完全决定了，丝毫没有改变的余地，这是最彻底的宿命论。有人根据自由意志提出反驳：“我现在心中想的、口中说的、手中做的是由我的自由意志所决定的，决不是在开天辟地时就命中注定的。”这虽然无法证明，但你知、我知、人人心中都明白，自由意志确实存在。单凭这一点就可以断定：拉普拉斯的绝对决定论是错误的，基于牛顿力学的经典物理学的适用范围具有局限性；宇宙不是全由铁律所统治。还存在另一类“橡皮律”，它给出的关系不是唯一确定的，存在着不确定性。概率统计就是定量描述这类关系的数学工具。

果真如此！20世纪迎来了量子力学，证明了经典物理学的局限性。按照量子力学的运动方程，即使知道了全部初始状态，其解也只给出今后的可能状态，并不能唯一确定。量子力学揭示了微观世界的混沌本性，其规律具有统计性质，是包含着不确定性的橡皮律。爱因斯坦曾对量子论作出过重要贡献，却极力反对量子力学的不确定性，他的名言：“我不相信上帝是在掷骰子。”他和以玻尔为首的哥本哈根学派进行了长期论战，虽然屡败屡战，最后还是失败了。看来上帝有时是在掷骰子！

最近物理学界又爆发了一场论战，争论的问题是：被吸入黑洞的物质所携带的信息是否还存在？英国剑桥大学的霍金和美国加州理工学院的索恩认为信息消灭了，后者的同事普雷斯基尔则认为信息不可能消灭。双方对此歧见打赌，赌注是一套百科全书。这当然不仅仅是谁赢得这套书的问题，而是关系到20世纪的两个最重要的物理学理论？根据量子力学的“信息守恒”原理，信息不会消灭；根据广义相对论导出的“黑洞无毛”原理，黑洞根本无法全部保存被吸入物质所携带的大量信息。尽管物理学家费尽心机试图解开这一“信息佯谬”，迄今无一能自圆其说。

每当科学无定论时，神话就开始流传。有人将信息守恒拿来大做文章，最极端的是美国的约翰逊（G．Johnson），他在一篇文学（见1998年4月7日《纽约时报》）中写道：“从一本书上撕下一页投入火中，信息似乎消灭了……但在原则上信息并未真正消灭，书页上的字迹被保存在火焰的摇曳、烟的回旋和热辐射的起伏中，以及灰烬落地的细微末节中……在理论上人们能够重组书页上的的每一个段落，这些信息仍存在于宇宙中某处。”在他看来，即使灰飞烟灭而信息常存！这不仅明显地违反常识，在理论上也是荒谬的。我在一篇短文《信息守恒吗？》（见《科学》1998年第4期）中指出：如果宇宙间现有的一切信息都能丝毫无遗地全部保存下来，唯一的可能是：现在的状态唯一决定将来的状态，宇宙完全由铁律所统治。约翰逊的说法实际上是回到拉普拉斯的绝对决定论，所不同的是这次披着量子力学的外衣，而自由意志的存在则是对这种谬论的最有力的反驳。

看来绝对决定论还有一定的市场，会不时披起“最新科学”的外衣使拉普拉斯借尸还魂。

绝对决定论的要害是只承认铁律。但不管承认不承认，橡皮律确实存在，使得这个世界不全是硬梆梆的；这也为自由意志留下了余地，生活才显得生机盎然，别有一番柔情逸趣，文化艺术才有可能生长。

多年前，我曾为朦胧诗抱不平：“数学尚且可以模糊，诗为什么不可以朦胧？”如今我向只信铁律者进一言：“有些事不要说得那么死，留点余地为好。当心拉普拉斯的幽灵向你招手！”