# 74．电磁如何变换？

变化的电场可以产生磁场，变化的磁场可以产生电场，它们之间的变换关系称为电磁变换。变化的电场和变化的磁场，不一定是场强大小的变化，运动电荷的电场、运动的通电导线的磁场都是变化的场。变化的磁场产生的电场是涡旋场，但某个局部可以是匀强场。

感应电动势分为动生电动势和感生电动势两种，但它们只具有相对意义，常常在某个参考系中是动生电动势，而变换到另一个参考系中，就是感生电动势。从相对论的电磁变换来讲，它们是统一的。我们从最简单的例子入手讨论有关的问题。

## 一、导体棒在平行导轨上运动的实例

如图 1 所示，导体棒 ab 位于方向竖直向上的匀强磁场中，磁感应强度大小为 *B*，当 ab 棒沿水平导轨向右匀速运动时，产生的电动势称为动生电动势，其大小 *E* = *Blv*（其中 *l* 为切割磁感线运动的有效长度，*v* 为垂直于磁场方向的运动速度）。

图 1 导体切割磁感线运动产生动生电动势

*R*

*y*

*x*

*z*

*O*

*B*

a

b

*v*

如图 2 所示，导体棒 ab 固定在水平导轨上，它位于蹄形磁铁内部的磁场中（蹄形磁铁内部的磁场并不是真正的匀强磁场，在这里我们将其近似看作匀强磁场），当磁铁沿水平向左的方向以速度 *v* 匀速运动时，导体中产生的电动势称为感生电动势，其大小仍为 *E* = *Blv*。

图 2 导体静止、磁场变化，产生感生电动势

*R*

a

b

*v*

S

N

如果图 1 中的匀强磁场也是由蹄形磁铁产生的，那么如图 1 与图 2 所示的两种情况的差别就在于前者是磁铁静止而导体棒 ab 运动，而后者则是导体棒 ab 静止而磁铁向相反的方向运动。学生对于前者是动生电动势好理解，而对于后者为什么是感生电动势则不甚清楚。

我们换一个角度考虑问题：我们说图 1 产生的是动生电动势，那是以地面参考系（下面简称为静系，即静止参考系，或 S 系）说的，而如果改换为相对地面以速度 *v* 向左匀速运动的参考系（下面简称动系，即运动的参考系，或 Sʹ 系）讨论问题，就变成了如图 2 所示的情况了，这时产生的是感生电动势。

## 二、产生动生电动势过程中涉及的三个场，是否需要考虑参考系的问题？

对于动生电动势的计算公式 *E* = *Blv*，中学阶段不可能严格地从定义出发，用积分的方法进行推导和论证，而是从简单的实际例子出发，应用已经学过的知识推导或解释。常用的例子就是图 1 的情况：导体棒 ab 在磁感应强度大小为 *B* 的匀强磁场中以速度 *v* 垂直于磁场方向运动，其长度为 *l*，产生的动生电动势大小为 *E* = *Blv*。

常用的解释方法有两种：

①把负载电阻 *R* 去掉，在 ab 棒匀速运动过程中，棒内载流子没有沿导体棒的定向运动，只是随导体棒向 + *x* 方向运动。这是由于载流子受到的洛伦兹力（磁场力）与 a、b 两端电荷积累而产生的电场力相平衡的缘故。

设 a、b 间电势差为 *U*，长度为 *l*，每个载流子电荷为 *q*，磁感应强度大小为 *B*，则有

*Bqv* = *q*

得 *U* = *Blv*。根据断路时的路端电压等于电动势，因此 *E* = *Blv*。

②ab 棒所在回路闭合，ab 匀速运动过程中，棒内载流子既有沿导体棒的定向运动（形成电流），也有随导体棒向 + *x* 方向的运动。这时 ab 棒内的载流子（自由电子）受到三个场力：磁场给予的方向在 *xOz* 平面内的洛伦兹力 *F*洛、由 b、a 两端分别积累的正负电荷所产生的电场给予的沿 + *z* 方向的电场力 *Fz*、由 ab 棒的右侧和左侧分别积累的正负电荷所产生的霍尔电场给予的沿 + *x* 方向的电场力 *F*霍（参见“[72．什么是感应电动势中的非静电力？](https://enjoyphysics.cn/Article3417)”）。这里涉及三个场：沿 *y* 方向竖直向上的磁场、沿 – *z* 方向的电场、沿 – *x* 方向的霍尔电场。

问题就出在这三个场上：磁场是由外界的磁体或通电线圈产生的，如果是磁体产生的，该磁体是静止的，如果是通电线圈产生的，线圈内通的是恒定电流；两个电场都是由积累的电荷产生的，而这些产生电场的电荷是随着 ab 导体运动的。

如果选择地面参考系（S 系），磁场是恒定磁场，而两个电场都不是静电场而是变化的电场；如果选择随导体棒运动的参考系（Sʹ 系），两个电场都是静电场，而磁场则是变化的磁场。就是说，不论选择哪个参考系，理沦上都需要进行电磁变换。

那么，我们前面①、②两种分析方法，都选择 S 系，并且没有进行电磁变换，是否得出的结论是错误的呢？

## 三、如何进行电磁变换？

前面如图 1 所示的情况，若以运动的导线为参考系（Sʹ 系），导线 ab 是静止的，而磁铁是向左运动的，导线 ab 处于变化的磁场中，这个在 S 系中的恒定磁场变换到 Sʹ 系是怎样的？并且变化的磁场要产生电场，这个电场又是怎样的，是否都可以定量计算出来呢？定量计算需要用到电磁场的相对论变换公式，这里不详细讲述其原理和推导过程，只是摘录赵凯华、陈熙谋二位先生合著的《电磁学》（第三版）第 308 页的结论：

下面将电磁场的变换公式汇集成表 4–2 。所有带撇号的量都是在参考系 Sʹ 中的观测量，所有相应的不带撇号的量都是在参考系 S 中的观测量；Sʹ 系相对于 S 系以速度 *v* 沿 *x* 的正方向运动，且当 *t* = *t*ʹ = 0 时，两个参考系的坐标原点重合；*γ* = 。表的左边是从 S 系到 Sʹ 系的变换式，表的右边是从 Sʹ 系到 S 系的变换式。

表 4–2 电磁场的相对论变换及其逆变换

|  |  |
| --- | --- |
| 从 S 系到 Sʹ 系的变换式 | 从 Sʹ 系到 S 系的变换式 |
| *Ex*ʹ = *Ex* | *Ex* = *Ex*ʹ |
| *Ey*ʹ = *γ*(*Ey* – *vBz*) | *Ey* = *γ*(*Ey*ʹ + *vBz*ʹ) |
| *Ez*ʹ = *γ*(*Ez* + *vBy*) | *Ez* = *γ*(*Ez*ʹ − *vBy*ʹ) |
| *Bx*ʹ = *Bx* | *Bx* = *Bx*ʹ |
| *By*ʹ = *γ*(*By* + *Ez*) | *By*ʹ = *γ*(*By*ʹ − *Ez*ʹ) |
| *Bz*ʹ = *γ*(*Bz* − *Ey*) | *Bz* = *γ*(*Bz*ʹ + *Ey*ʹ) |

这里先要讨论一下变换公式中的 *γ* 是否可以近似等于 1 的问题。

在电磁学中，不论速度 *v* 是大还是小，都不遵守伽利略变换，即必须按照电磁变换的规律进行变换。但在具体的变换过程中，是不是任何情况下 *γ* 都不能近似等于 1，则要具体问题具体分析。

在实验室里，一般情况下导体棒的速度大约在 102 m/s 的数量级或更小，我们把它放大到 103 m/s 的数量级（这已经是超高音速武器的速度，或者是发射人造卫星所需的速度），*γ* = ，其中 的数量级是 10−10，就是说，（1 − ）与 1 相差的值是 10−10，再开二次方，这个差值非常小。我们再利用数学上的级数展开公式讨论一下：当 *x* ≪ 1 时，= 1 + *x* + *x*2 + ……由于式中的 *x* = ≪ 1，*γ* 的数值比 1 大的部分其数量级是 10−10，现阶段任何探测装置、检测仪器都不可能达到如此高的精度，因此 *γ* 完全可以近似等于 1。

下面我们按照上面的公式对本题的实例进行电磁变换：

### 1．从 Sʹ 系变换到 S 系

前面图 1 的问题中，磁场对 S 系（地面参考系）是恒定磁场，两个电场都是变化的电场；而对于 Sʹ 系（相对地面以速度 *v* 运动的参考系），两个电场都是静电场（或恒定电场），其中由 b、a 两端积累的电荷产生的电场 *E*电 只有沿 *z* 方向的分量，霍尔电场 *E*霍 只有沿 *x* 方向的分量，即 *Ex*ʹ ≠ 0、*Ey*ʹ = 0、*Ez*ʹ ≠ 0。现把它们从 Sʹ 系变换到 S 系

*Ex* = *Ex*ʹ，*Ey* = *γ*(*Ey*ʹ + *vBz*ʹ)，*Ez* = *γ*(*Ez*ʹ − *vBy*ʹ) ≈ *Ez*ʹ

*Bx* = 0，*By*ʹ = *γ*(*By*ʹ − *Ez*ʹ) ≈ 0，*Bz* = *γ*(*Bz*ʹ + *Ey*ʹ) = 0

也就是说，从 Sʹ 系变换到 S 系后，电场仍然只有 *x* 分量及 *z* 分量，而且大小可视为不变，产生的磁场也都可以忽略（都是由于速度 *v* 与光速 *c* 相比很小），这就是我们前面所说的没有进行电磁变换但得出的结论都是正确的原因所在。

### 2．从 S 系变换到 Sʹ 系

若改为运动的导体棒 ab 参考系，则棒 ab 为静止状态，没有了切割磁感线的运动，棒内载流子也就不受洛伦兹力，由此引起的霍尔效应也就不存在了，但此时的磁场就成了变化的磁场，需要对它进行电磁变换。

变换到 Sʹ 系后的磁场 *Bx*ʹ = *Bz*ʹ = 0，*By*ʹ = *γ*(*By* + *Ez*) = *γBy* ≈ *By*。

变换后的电场 *Ex*ʹ = *Ey*ʹ = 0，*Ez*ʹ = *γ*(*Ez* + *vBy*) = *γvBy* ≈ *vB*，用矢量形式表示，为 ***E*** = ***v***×***B***。

也就是说，在 S 参考系中的恒定磁场，变换到 Sʹ 系，磁场仍可认为不变（大小为 *B*，方向沿 + *y* 方向），产生的电场，大小为 *E* = *vB*，方向沿 + *z* 方向，该电场由变化的磁场产生，是感生电场，或者说是涡旋电场，以区别于有源场。这时棒内的自由电子受到两个力的作用；一个是涡旋电场力 *F*涡，方向沿 – *z* 方向，另一个是沿 + *z* 方向的电场力，它仍是由 b、a 两端分别积累了一定的正、负电荷而产生的，属于恒定电场（性质与静电场类似）。这种情况下产生的电动势是感生电动势，涡旋电场力就是产生电动势的非静电力。

## 四、对前面例子的进一步分析

对于导体棒在磁场中做切割磁感线运动的例子，要分两种情况进行讨论。

### 1．磁场范围不包括回路 abcd 的左边部分

如图 3 所示，导体棒 ab 在蹄形磁铁两股之间的磁场中运动，回路的左边部分位于磁场外。

图 3 导体棒在小范围的磁场内运动

*R*

a

b

*v*

S

N

d

c

如果改换以运动的导体棒 ab 为参考系（Sʹ 系），则除了导体棒 ab 以外的所有部分都在以速度 *v* 向左运动，如图 4 所示。

图 4 改换 Sʹ 系，除 ab 棒外都以速度 *v* 向左运动

*R*

a

b

*v*

S

N

d

c

*v*

静止

原来的磁场对 S 系而言是恒定磁场，但对 Sʹ 系而言则是变化的磁场，需要进行电磁变换，变换过程不再重复，结果是磁场仍可近似看作竖直向上的匀强磁场，磁感应强度大小不变，但产生了涡旋电场，对于这个局部空间，该涡旋电场 ***E*** = ***v***×***B***，方向从 a 指向 b。由于回路的左半部分原来就不在磁场范围内，因此不必考虑。这样 ab 导体产生的电动势就变成了感生电动势，大小仍等于 *Blv*。

### 2．磁场范围扩展到回路 abcd 的左边部分

如图 5 所示，磁场的范围扩展到包括回路各个部分。为了简便，仍假定是匀强磁场。

d

c

图 5 磁场充满整个空间

*R*

*y*

*x*

*z*

*O*

*B*

a

b

*v*

选择 S 系，磁场是恒定磁场，除了导体棒 ab 以外的其余部分都保持静止，只有导体棒 ab 做切割磁感线的运动，产生的电动势是动生电动势。

改换到 Sʹ 系，需要进行电磁变换，变换的结果仍是：磁场近似保持不变，而产生了感生电场，它的大小 *E* = *v*·*B*，方向从 a 指向 b。这个电场既作用于 ab 段，也同样作用于 cd 段。

如此说来，要同时考虑 ab 段和 cd 段这两段导体，它们相同之处是都受到感生电场的作用，不同之处是 ab 段处于静止状态，而 cd 段在做切割磁感线的运动。或者说，ab 段导线中的载流子要受到感生电场的作用力，而 cd 段导线中的载流子除了要受到感生电场的作用力以外，还要受到磁场给予的洛伦兹力，这两个力大小相等（都等于 *q*·*vB*）、方向相反，处于平衡状态。还可以这样说：ab 段导体产生感生电动势，cd 段导体既产生感生电动势，也产生动生电动势，而且二者大小相等、方向相反，抵消了。这样整个回路中只有 ab 段导体产生的感生电动势起作用。（两条导轨也受感生电场的作用，但其中的载流子受到感生电场的作用力是横向力；两条导轨也在磁场中运动，但不切割磁感线，因此不需要考虑在内。）

结论：改换到 Sʹ 系后，产生的电动势是感生电动势，它是由于感生电场力沿导线把载流子从一端移动到另一端做功形成的，对于整个电路来说，ab 段导体仍起着“电源”的作用，b 端为电源正极，电势最高；a 端为电源负极，电势最低。

a、b 两端由于有电荷积累而产生了电场，这些积累的电荷是随导体 ab 运动的，对于 S 系，它是静电场，对于 Sʹ 系，它是变化的电场。但在讨论回路的左边 cd 段导线时，情况又发生了变化，对于 Sʹ 系，它是静电场，对于 S 系，它是变化的电场。在满足 *v* ≪ *c* 的条件下，该电场不论是从 S 系变换到 Sʹ 系，还是从 Sʹ 系变换到 S 系，电场都可近似认为不变，且产生的磁场一般可以忽略，这就是中学阶段不区分这两种不同情况，而得出的结论仍然正确的原因。

## 五、几个容易产生误解的问题

### 1．磁通量变化不一定产生涡旋电场

我们中学很多物理老师由公式 *Φ* = *BS* 得出 Δ*Φ* = Δ*B*·*S*，或 Δ*Φ* = *B*·Δ*S*，即磁通量的变化分为两种情况；前者的 *B* 改变，属于磁场变化，要产生涡旋电场；后者的 *B* 不改变，不是变化的磁场，不产生涡旋电场，而面积 *S* 发生变化，一般是闭合回路中的部分导体切割磁感线运动而产生的，因此产生的电动势是动生电动势。

但变化的磁场，并不一定是体现在 *B* 的大小的变化，本文所讨论的例子就是如此。

### 2．产生的涡旋电场不一定作用于整个回路的各个部分

很多中学老师喜欢用这样的例子，如图 6 所示，穿过闭合回路的磁场的磁感应强度 *B* 的大小发生变化，产生涡旋电场，从而产生感应电流，当 *B* 的方向如图 6 所示并且增强时，产生的涡旋电场为俯视顺时针方向，该电场作用于闭合回路的各个都分，从而产生沿顺时针方向流动的电流，在这种情况下，回路无法区分内电路和外电路。

*B*

*E*

*E*

*B*

*B*

图 6 例题附图

这无疑是正确的，但这只是一个特例，并不能无条件地把它推广。例如本文所讨论的例子，如图 4 所示的情况，当选择 Sʹ 系时，磁场成了“变化的磁场”，进行电磁变换，所产生的电场仍是匀强电场，方向沿心方向，它作用于 ab 段导线，但不作用于 cd 段导线。如图 5 所示的情况，所产生的电场虽然作用于回路的各个部分，但作用效果却各不相同，对于 ab 段导线，对载流子的电场力是“纵向力”，它做功的结果是产生感生电动势，这个感生电场力正是产生电动势的“非静电力”，而对于 cd 段导线，该电场力对导线内载流子的作用力却与磁场力平衡了，对电路中产生的感应电流不起作用，至于上、下两段通电的导轨，感生电场对其中载流子的作用力是“横向力”，对产生的感应电流也不起作用。

### 3．产生的涡旋电场为什么是匀强电场？

可能有人会有疑问：磁场变化产生的电场是涡旋电场，为什么这里的是匀强电场呢？

把“涡旋电场”与“匀强电场”对立起来，其实是一种误解：涡旋电场是相对静电场而言的，前者由变化的磁场产生，电场线是闭合曲线，后者由静止电荷产生，电场线由正电荷出发而终止于负电荷（或无穷远处）。所有的磁场（不论是由电流产生的还是由变化的电场产生的）都是涡旋场。匀强电场是指某一区域内的电场，其电场强度处处相等且方向相同，即电场线是平行的直线，一般把两个相距较近的、平行的、带等量异种电荷的金属板间的电场看作匀强电场，显然，其边缘部分就不能看作匀强电场。同样，匀强磁场也是如此，一般把两个异名磁极间的磁场、通电螺线管内部的磁场……看作匀强磁场。不论是匀强电场还是匀强磁场，都只是整个场的一部分，而不是全部。特别是磁场，所有的磁场的磁感线都是闭合的曲线，“匀强场”只是对其中一部分说的。

我们讨论的例子中“匀强磁场”就是这样的，不管是由两个较大的异名磁极形成的，还是由两个相距较近的通电的亥姆霍兹线圈形成的磁场，只是在我们所讨论的区域内可以看作匀强场。经过电磁变换后，在我们所讨论的区域内产生的电场也可以看作匀强场，但这电场属于涡旋场，这些电场线在更大的空间里都会闭合起来，只是由于它与我们所讨论的问题关系不大，我们有意把它忽略了。