# 57．如何认识两个带电金属球相碰问题中的能量？

两个大小相同的金属球一个带电，另一个不带电，二者相互接触，电荷量对半平分，但这里面的能量问题较为复杂，涉及带电导体球的“自作用能”的变化，一般不会在中学物理教学中出现。

两个相同的金属球，若带有不同种类或不同数量的电荷，相互接触一下，会发生电荷的转移，如果是不同种类的电荷，则正负电荷会中和，如果还有没中和的电荷，则剩余的净电荷会平分。如果涉及能量问题，则较为复杂。

## 一、一道习题带来的困惑

有这样一道习题：两个完全相同的金属小球甲和乙分别带有电荷量不等的同种电荷 *q*1 和 *q*2，甲球固定在绝缘水平轨道上的 A 点，乙球原位于 B 点处，如图 1 所示。现使乙球获得一定的速度 *v*0 向着甲球运动，与甲球相碰并反向弹回，设运动过程中电荷量不发生变化，受到的摩擦和空气阻力都可忽略，乙球与甲球的碰撞过程是完全弹性的，没有机械能损失。则当乙球返回并经过 B 点时，速度的大小与 *v*0 相比较，会增大还是减小？为什么？

图 1 习题附图

A

B

*v*0

甲

乙

有下面两种不同的解答。

解答 1：乙球向左运动的过程中，静电斥力做负功，与甲球碰撞过程中，机械能没有损失，碰后乙球向右运动的过程中，静电斥力做正功，由于在任何距离处．*F*2 = *k* 与 *F*1 = *k* 相比，总是 *F*2 > *F*1，因此正功大于负功的绝对值，总功为正值，因此末速度 *v* > *v*0。

解答 2：初态势能 *E*p = *k* ，动能 *E*k = *mv*02；

末态势能 *E*pʹ = *k* ，动能 *E*kʹ = *mv*2。

由于 *E*pʹ > *E*p，因此 *E*kʹ < *E*k，得 *v* < *v*0。

显然，解答 1 正确，因为它的依据是动能定理，分析过程无误，结论正确。而解答 2 依据的是能量守恒，得出的结果是错误的。但错误出在哪里呢？

## 二、带电体系的静电能

上面的例题讨论的是由两个带电小球组成的带电体系，它们的静电能包括两个带电小球的相互作用势能（简称互能）以及这两个带电小球各自电荷的自作用能（简称自能）。如果所讨论的过程中，两个带电小球的电荷量都没有发生变化，那么自能就没有变化，我们就不必考虑自能的问题，只需要讨论互能的变化即可。但现在的实际情况是，两个带电小球发生碰撞，而碰撞过后两个小球所带的电荷量都发生了变化，从而两个带电小球的自能都有了变化，但上面的解答 2，只考虑了始末两个状态互能的变化，而忽略了自能的变化，因此得出了错误的结论。

要定量地讨论这类问题，必须要学会计算自能。设电荷 *q* 均匀地分布在半径为 *R* 的导体球的表面，电荷 *q* 是由众多的基元电荷汇集而成的，这众多的基元电荷最初是相距无穷远而没有相互作用的，找们假设这些基元电荷是一个一个地移送到这个导体小球的表面上，除了移送第 1 个基元电荷的过程不用做功，以后都要克服静电斥力而做功，并且随着小球表面电荷的增加，移送 1 个基元电荷过程中需要做的功也随之增加，写出一系列做功的数值，即

移送第 1 个基元电荷做功 *W*1 = 0；

移送第 2 个基元电荷做功 *W*2 = *k* ；

移送第 3 个基元电荷做功 *W*3 = *k* ；

移送第 4 个基元电荷做功 *W*4 = *k* ；

……

移送第 *N* 个基元电荷做功 *WN* = *k* 。

所做的总功就等于它的自能，即 *E*自 = $\sum\_{1}^{N}W\_{i}$ = *k* （1 + 2 + … + *N* − 1）。由于式中总数 *N* 数值巨大，可以近似地把（*N* − 1）看作 *N*，因此 *E*自 = *k* ，又 *Ne* = *q*，得 *E*自 = *k* 。（这可以看作计算带电导体球自能的计算公式，但对于电荷分布于带电体内部的带电物体而言，此公式不适用。）

下面对前面的习题做定量的讨论：设两个小球的半径都是 *r*，质量都是 *m*，甲球初始带电量 *q*1 = 8*q*0，乙球初始带电量 *q*2 = 2*q*0，甲球固定，乙球距离甲球为 *l*（*l* ≫ *r*），初速度为 *v*0，求末速度 *v*。

初态甲球自能 *E*甲自 = *k* ，动能 *E*k甲 = 0，乙球自能 *E*乙自 = *k* ，动能 *E*k = *mv*02，相互作用势能 *E*p = *k* 。

末态甲球自能 *E*甲自ʹ = *k* ，动能 *E*k甲 = 0，乙球自能 *E*乙自ʹ = *k* ，动能 *E*kʹ = *mv*2，相互作用势能 *E*pʹ = *k* 。

末态与初态相比，自能减少了

（*k* + *k* ）−（*k* + *k* ）= *k*

互能增加了

（*k* − *k* ）= *k*

由于 *l* ≫ *r*，因此互能增加量小于自能减少量，总的势能减少了，其减少量等于动能的增加量，有 *k* − *k* = *m*(*v*2 – *v*02)，解得 *v* = *q*0。

中学物理教学不讲自能，电势能指的是互能，对两个点电荷的相互作用势能也不要求定量计算，因此这类问题一般不应在中学物理教学中出现。