# 37．如何认识两种平均力？

如果已知物体动量的增量及外力作用的时间，可以利用动量定理求出平均力。如果已知外力对物体所做的功以及发生的位移，可以利用动能定理求出平均力。这两种平均力不同，前者是对时间的平均，后者是对空间的平均。

平均力这—概念经常被使用，但很多人对其确切的含义并不一定很清楚，此文就此展开讨论。

## 一、问题的提出

一枚仿制火器进行测试，竖直向上发射，弹丸质量 *m* = 1 kg，测出其出口速度大约为 *v*0 = 40 m/s。这枚仿制火器从发射点到最高点，历时 *t* = 2.0 s，上升的最大高度 *h* = 33 m。估算它上升过程中受到的空气阻力。

有多种方法可以求解，大致分为两类：一类是设它受到的空气阻力为恒力，大小为 *f*；另一类是设它受到的空气阻力是变力。每类又有两种方法求解：

（1）设它受到的空气阻力大小恒定为 *f*，运动过程为匀变速运动，应用牛顿第二定律 *mg* + *f* = *ma* 求解，但加速度的求法有两种：

方法 1 根据加速度的定义求加速度 *a*，其大小为 *a* = ，

解出 *f*1 = − *mg* = 10 N。 ①

方法 2 根据位移求加速度，其大小为 *a* = ，

解出 *f*2 = − *mg* = 14.2 N。 ②

（2）设它受到的空气阻力是变力，应用动量定理或动能定理求它的平均值。

方法 3 应用动量定理求解 *mgt* + *t* = *mv*0，

解出 = − *mg* = 10 N。 ③

方法 4 应用动能定理求解 *mgh* + *h* =  *mv*02，

解出 = − *mg* = 14.2 N。 ④

虽然有四种方法，但解出的结果只有两个。这就产生了两个问题：（1）两种平均力为什么不相等？（2）到底这枚仿制火器受到的空气阻力是恒力还是变力？

## 二、两种不同的平均力

前面的③式是根据动量定理得出来的，实际是由物体动量的增量（Δ*mv*）除以作用时间 *t* 而得到的合力的平均值，再减去重力得出的阻力的平均值，这个力是对时间的平均值。

前面的④式是根据动能定理得出来的，实际是由物体动能的增量（Δ*E*k）除以位移 *l* 而得到的合力的平均值，再减去重力得出的阻力的平均值，这个力是对空间的平均值。

当一个物体受到的力是变力时，我们可以把整个过程分成很多小段，使得每小段的力都可以看作恒力。然而具体分法可以不同，既可以从时间上分，即把整个作用时间分成很多小的时间段，也可以从空间上分，即把整个作用过程的位移分成很多小段，因此产生了两种不同的平均值。具体定义是：

对时间的平均力 = ，式中分子部分是整个过程中变力的总冲量。

对空间的平均力 = ，式中分子部分是整个过程中变力所做的总功。

平均值的概念，在物理以及在日常生活中应用都很普遍，其中对时间的平均值用得更多，但对其他量的平均也很常见，例如，“年平均降雨量”就是按年份平均，属于对时间的平均，而“昨日北京的平均降雨量”则是按空间的平均。在高中物理教学中使用最多的还是对时间的平均，例如平均速度、平均加速度等，都是对时间的平均，正因为对时间的平均应用更广，为了简便，常常把“对时间”三个字省略。此处对于平均力的讨论也是如此，前面③式的结果可以省略“对时间”三个字，只说平均力就可以，④式的结果是对空间的平均力，则不应该简称为平均力。

## 三、本问题中的空气阻力到底是恒力还是变力？

一个物体受到的合力如果是恒力，那么它的加速度 *a* 就恒定不变，做的就是匀变速运动。根据匀变速直线运动的规律，它的速度与时间的关系是 *v*t – *v*0 = *at*，速度与位移的关系是 *v*t2 – *v*02 = 2*ax*，由速度变化求加速度是 *a* = ，由位移求加速度是 *a* = ，既然是恒力，两种方法所得的结果是相等的，如果出现两种结果不相等的情况，就表示不是恒力。

本文开头的问题中，我们假设空气阻力是恒力，但用两种不同方法求得的加速度值不相等，这说明它受到的合力不是恒力，故受到的空气阻力不是恒力。前面的方法 1 求得的是空气阻力对时间的平均值，简称平均力是可以的，而方法 2 求得的是空气阻力对空间的平均值，称为平均力欠妥。

方法 1 与下面的方法 3 是等价的，对于方法 1，如果不说它是恒力，而认为求得的是平均力，所得的结果就是正确的。方法 2 与下面的方法 4 是等价的，它们求得的是对于空间的平均值，既不能说是恒力，也不能只说是平均力。这样，从时间和空间两个不同的方面求平均加速度，或者求平均力，看它们是否相等，而作为判定作用力是否是恒力的检验标准是可行的。

对于物体受变力作用的情况，使用“按恒力处理”的说法不妥，例如有一道题目，关于人在蹦床上跳跃的问题，蹦床的弹力是变力，如果“按恒力处理”，那就是匀变速运动，学生有可能从位移的角度进行思考，利用动能定理求解，从而造成错误。对于变力问题，求平均力是可以的，因为不指明对什么的平均，就默认是对时间的平均，即求的是对时间的平均力，通过求平均加速度或者通过动量定理求解都可以，只是不能利用动能定理求解，因为那样求得的是对空间的平均值。

还有一道题，说滑雪运动员沿斜坡滑下，已如斜面的坡度及运动过程中受到的平均阻力，求滑下过程中阻力做的功。这里只说“平均阻力”，没有说明是对什么的平均，自然应该理解为是对时间的平均，用这样的平均力乘位移求功是错误的。仍以本文前面的例题为例，我们用方法 1 或方法 3 求得的是平均力，即对时间的平均阻力，大小为 *f*1 = 10 N，如果用它与重力相加后乘竖直向上的位移 *h* = 33 m，得到 660 J，而动能的减小量 Δ*E*k = *mv*02 = 800 J，二者显然不相等。