# 26．竖直平面内圆周运动的受力有什么特点？

中学物理教学中常见的在竖直平面内的圆周运动可分为两类：一类是在柔软的绳索牵引下的运动，例如，杂技演员表演的水流星，在手保持不动的情况下，水流星做变速圆周运动，只有最高点和最低点物体所受的合力指向圆心。另一类是在刚性物体牵引下的运动，例如，在竖直平面内旋转的飞轮边缘的质点的运动、用硬棒牵引的物体在竖直平面内的运动等，它们可以是匀速圆周运动，也可以是变速圆周运动。

在中学阶段的物理课程中，对于圆周运动，主要讨论匀速圆周运动，对于非匀速圆周运动，只做定性介绍。但在实际问题中，经常会遇到竖直面内的圆周运动，以下将从它的受力情况出发进行一些讨论。

## 一、在柔软绳索牵引下位于竖直平面内的圆周运动

水流星是一个常见的例子，如图 1 所示，手握绳索一端，另一端拴一小水桶，内盛有半桶水，把它看作质点，使它具有一定的初速度，以手握点 O 为圆心，让小水桶和其中的水在竖直平面内做圆周运动。

图 1 在柔软绳索牵引下的圆周运动

*T*

*O*

*F*

P

*G*

在地面附近做圆周运动的质点，都要受到重力作用，重力是恒力，方向竖直向下。绳索只能产生拉伸形变，因而只能产生沿绳收缩方向的弹力。图中质点在竖直平面内做圆周运动，某时刻的位置为图中的 P 点，它受到的作用力有两个，重力 *G* 和沿绳指向圆心的拉力 *T*，它们的合力 *F* 不指向圆心，即它此时的加速度一定不指向圆心。

把合力 *F* 沿切向和法向正交分解：其法向分力是绳的拉力 *T* 与重力 *G* 的法向分力的合力，它产生法向加速度，即向心加速度；其切向分力等于 *G* 的切向分力，它产生切向加速度。该质点在整个运动过程中，除了最高点和最低点以外，其余所有位置的切向加速度都不为零，因此这种运动是变速圆周运动。其中从最高点向下的半周速度逐渐增加，而从最低点向上的半周速度逐渐减小。最高点和最低点是两个特殊位置，切向加速度为零，即质点受到的合外力就是产生向心加速度的向心力。

小钢珠沿位于竖直平面内的圆形金属轨道内侧的运动也属于此类。忽略小钢珠的滚动把它视为质点，同时忽略小钢珠与金属轨道间的微小的摩擦，轨道对钢珠的弹力总是指向圆心，只有在最高点与最低点的切向加速度为零，向下运动的半周加速，向上运动的半周减速。

单摆的运动也与此类似，只是它只在最低点附近的小范围内做往复摆动。

## 二、在刚性轻杆牵引下位于竖直平面内的圆周运动

刚性杆比起细绳要复杂一些，因为它的形变在长度上可以被拉长也可以被压短，还可以产生弯曲等，因此它产生的弹力就不一定沿杆且指向圆心了。

进一步分两种情况讨论：

1．杆的一端连接质点，另一端安装在摩擦可以忽略的水平转轴（或铰链）上。这时轻杆（本身重力不计）只有两端受力，属于二力杆，它只能发生拉伸或压缩形变，即产生的弹力方向沿杆。当质点处于图 2 所示的位置时，杆产生拉伸形变，杆对质点的弹力 *T* 的方向沿杆指向圆心，这与图 1 中在柔软绳索牵引下的圆周运动相似。

图 2 杆在拉伸状态下弹力指向圆心

*T*

*O*

P

*G*

当质点移动到图 3 所示的位置时，加果速度较小，杆有可能处于被压缩的状态，它对质点的弹力 *T* 就会沿杆而背离圆心方向。

图 3 杆在压缩状态下弹力背离圆心

*T*

*O*

P

*G*

2．杆的一端连接质点，另一端固定在一个水平转轴上，杆随转轴的转动而转动。这种情况下，转轴对轻杆有一个力矩的作用，杆不再是二力杆，它发生的形变可能不只有长度的改变，可能还会发生弯曲等形变，因此杆对质点的弹力方向就不沿杆了。

转轴通过轻杆带动质点在竖直平面内做的圆周运动，可以是匀速圆周运动，也可以是变速圆周运动。如果质点做的是匀速圆周运动，那么质点受到的合力就是大小不变、方向时刻指向圆心的向心力。如图 4 所示，当质点位于图中的 P 点时，重力 *G* 的方向竖直向下，合力方向指向圆心，则杆对质点的弹力方向一定不指向圆心。质点在做匀速圆周运动的过程中，由于受到的重力大小和方向始终不变，而合力每时每刻都指向圆心，那么杆对质点的弹力的方向和大小都时刻在变化，除了最高点和最低点以外的任何位置，杆对质点的弹力方向都不指向圆心。

图 4 质点做匀速圆周运动时受力情况

*T*

*O*

P

*G*

*F*

在竖直平面内做圆周运动的质点，凡是与刚体直接接触，并在它带动下运动的，都属于这一类情况，例如，绕水平转动轴旋转的飞轮边缘的螺母、粘在飞轮边缘的泥巴等。过拱形桥的汽车也可以归入这一类。拱形桥一般可以近似看作竖直平面内的一段圆弧，至少桥的某一小部分可以看作一小段圆弧，汽车过桥的运动速度大小由驾驶汽车的司机掌握，可以匀速过桥，也可以变速过桥。如果汽车匀速过桥，则经过各位置时，所受的合力都指向圆心，因此地面对车的支持力和摩擦力的合力是变力，并且不指向圆心。如果汽车是变速过桥，则受到的合力（包括重力及地面的支持力和摩擦力）不指向圆心，它产生的加速度既有指向圆心的分量，也有沿切线方向的分量。不论是匀速过桥，还是变速过桥，经过最高点时都是汽车的重力与地面对汽车的支持力的合力提供向心力，且向心力与摩擦力无关。