# 十、匀变速运动规律的应用

**两个基本公式** 前两节里我们学习了匀变速直线运动的速度公式和位移公式：

 *v*t＝*v*0＋*at*， （1）

 *s*＝*v*0*t*＋*at*2。 （2）

这是两个基本公式，它们表明了匀变速直线运动的规律，应用它们可以解决匀变速直线运动的各种问题。

当匀变速运动的初速度为零时，上述两个公式分别简化为

 *v*t＝*at*， （1）ʹ

 *s*＝*at*2。 （2）ʹ

当*a*＝0时，上述基本公式（1）和（2）变为匀速运动的公式：

*v*t＝*v*0，

*s*＝*v*0*t*。

其中*v*t＝*v*0表示物体在任一时刻的速度都与初速度*v*0相同，即物体做匀速运动。

这样，我们看到，一个初速度不为零的匀变速运动，可以看作是在同一条直线上进行的两个运动合成的：一个是速度为*v*0的匀速运动；一个是初速度为零的匀变速运动。关于一般的运动合成的知识，我们到第四章再讲解。

【例题1】一辆汽车以36km/h的速度行驶，司机看到交通红灯后立即刹车，汽车开始做匀变速运动，加速度的大小是5.0m/s2。从刹车起到停下来，汽车的位移是多大？

刹车后速度越来越小，加速度为负值，*a*＝－5.0m/s2。用国际单位制表示各个物理量：*v*0＝36km/h＝10m/s。汽车最后停下来，*v*t＝0。

要求出位移可以用公式（2），其中*v*0和*a*是已知的，*t*是未知的，要求出*t*可以用公式（1），把*v*t，*v*0，*a*代入公式就得到*t*。

从公式（1）得到

*t*＝＝s＝2.0s。

代入公式（2）得到

*s*＝*v*0*t*＋*at*2

＝（10×2.0－0.5×5.0×2.02）m

＝10m。

一个比较复杂的题目，如这个例题，往往不能只用一个公式从已知量直接求出未知量。这时可以分步来考虑。从未知量出发，考虑要求出它需要哪些别的物理量，而这些物理量哪些是已知的，哪个是未知的；再考虑求出这个未知量又需要知道哪些物理量。这样考虑下去，直到需要知道的物理量都是已知量，再进行计算，就可以求出答案来。

【例题2】一个滑雪的人，从85m长的山坡上匀变速滑下，初速度是1.8m/s，末速度是5.0m/s，他通过这段山坡要多长时间？

要求出时间*t*可以利用公式（1）*v*t＝*v*0＋*at*，式中*v*t和*v*0是已知的，*a*是未知的，但是再利用公式（2）*s*＝*v*0*t*＋*at*2却不能求出*a*，因为公式（2）中*s*和*v*0是已知的，*a*和*t*都是未知的。怎么办呢？只要我们善于应用学过的代数知识，这个问题并不难解决。公式（1）和（2）组成一个方程组，解这个方程组正好得出两个未知量*a*和*t*。本题不要求解出*a*，消去*a*，解出*t*来，就得到了答案。

*v*t＝*v*0＋*at*，

*s*＝*v*0*t*＋*at*2。

由前式解出*at*＝*v*t－*v*0，代入后式，得到

*s*＝*v*0*t*＋（*v*t－*v*0）*t*

＝（*v*0＋*v*t）*t*。

解出*t*，代入数值得到

*t*＝＝s＝25s。

我们看到，例题1是分步计算的，例题2是先进行文字运算，求出用已知量表达未知量的代数式，然后代入数值计算的。后一种解法往往比较简便，同学们在熟悉分步计算的同时，要逐步学会利用文字运算来解题。

**两个有用的推论** 从匀变速运动的两个基本公式出发，我们可以得出两个有用的推论。用这两个推论来解题有时比较简便。

第一个推论是速度和位移的关系，由公式（1）解出

*t*＝，

把它代入公式（2），就得到速度和位移的关系式：

 *v*t2－*v*02＝2*as*。 （3）

当初速度为零时上式变为

 *v*t2＝2*as*。 （3）ʹ

公式（3）在不知道时间*t*的情况用起来很方便。如例题1就可以直接用公式（3）来求解。由公式（3）得

*s*＝＝m＝10m。

例题2不用公式（1）和（2）来求解，也可以用公式（1）和（3）来求解，希望同学们自己做一下。

另一个推论是匀变速运动的平均速度。一个做匀变速运动的物体，在时间*t*内的位移是*s*，它在这段时间内的平均速度为

＝。

利用基本公式（1）和（2）可以求出平均速度跟初速度*v*0、末速度*v*t的关系。把公式（2）*s*＝*v*0*t*＋*at*2代入上式得到

＝*v*0＋*at*。

由公式（1）解出*at*＝*v*t－*v*0，再代入上式即得

 ＝（*v*0＋*v*t）。 （4）

上式表明：在匀变速运动中，某段时间内的平均速度等于这段时间的初速度和末速度的算术平均值。要注意这个结论是利用匀变速运动的公式导出的，所以它只适用于匀变速运动，对非匀变速运动并不适用。

这样，我们就可以得到用平均速度来表达的匀变速运动的位移公式：

*s*＝*t*＝（*v*0＋*v*t）*t*。

利用上式来解题有时很方便，如例题2用上式解出*t*，代入数值即得答案。实际上，在例题2中我们已经推出了上式。

这里我们看到，一个题目往往可以有不同的解法，我们应该学会用不同的方法来解题，并在此基础上选择简便的办法来求解。

## 阅读材料：伽利略对匀变速运动的研究

伽利略是成功地研究匀变速运动的物理学家，他提出了匀变速运动的定义，并且通过实验证明了他所下的定义符合常见的变速运动。

在伽利略的时代，技术比较落后，通过直接测定即时速度来验证一个物体是否做匀变速运动，是不可能的。但是，伽利略应用巧妙的数学推理，得出初速度为零的匀变速运动物体经过的距离与所用时间的平方成正比，即*s*∝*t*2。这样，只要测出做变速运动的物体经过不同距离所用的时间，就可以验证这个物体是否在做匀变速运动，这在当时的条件下是可能做到的。

伽利略是怎样推出*s*∝*t*2的呢？他的思路大致如下：先由平均速度＝得出*s*＝*t*。他推断初速度为零、末速度为*v*的匀变速运动的平均速度＝*v*，然后应用这个关系得出*s*＝*vt*。再应用匀变速运动的定义*a*＝从上式消去*v*，就导出*s*＝*at*2，即*s*∝*t*2。

伽利略导出这个关系式是很重要的。通过这个关系式和他提出的匀变速运动的定义，伽利略实际上发现了匀变速运动的位移和速度的变化规律。

在推出*s*∝*t*2以后，伽利略着手进行实验验证。他让一个铜球从斜面上滚下，做了上百次的实验，终于证明了他得出的匀变速运动规律的正确。在他写的《两种新科学的对话》一书中，具体介绍了他的实验方法和过程：

“用一块木料制成长约12库比特（库比特：古时欧洲用的一种长度单位，相当于45.7cm），宽半库比特，厚三指的板条，在它的上面刻一条比二指略宽的槽，将这个槽作得很直，打磨得很光滑，在槽上裱一层羊皮纸（也要尽可能的光滑），取一个坚硬、光滑并且很圆的铜球放在槽中滚动。将这个木槽的一端抬高一两个库比特使槽倾斜，就象我要讲的那样把球放在槽顶让它沿着槽滚下，记录下降的时间。实验要重复几次，以便使测得的时间准确到两次测定的结果相差不超过一次脉搏的十分之一。进行这样的操作，肯定了我们的观察是可靠的以后，将球滚下的距离改为槽长的四分之一，测定下降的时间，我们发现它准确地等于前者的一半。下一步，我们用另一些距离进行试验，把全长所用的时间与全长的二分之一，三分之二，四分之三，或者其它任何分数所用的时间相比较，象这样的实验，我们重复了整整一百次，结果总是经过的距离与时间的平方成比例，并且在各种不同坡度下进行实验，结果也都是如此……”

在这个实验中，最关键的是测量小球滚下所用的时间。伽利略用的计时器是一架水钟，这是当时最准确的计时装置，对这种装置，伽利略做了如下的描述：

“为了测量时间，我们用了一个放在高处的大的贮水容器，这个容器底部焊着一支直径很小的管子，从它得到很细的水柱，物体每次沿整个槽长或部分槽长滚下的那段时间里，我们将流出的水用小杯子分别收集起来。在一个很准确的天平上称出水的重量；这些重量差及重量比就表明时间差及时间比。”

短短两段文字，不仅叙述了他所使用的仪器设备和实验步骤，而且可以看出伽利略的严格的科学态度。伽利略的实验方法，简单易行，人人都可以做，后人多次重做了他的实验，都证实了他的结论的正确。

现在，我们来总结一下伽利略研究匀变速运动的方法和步骤：

（1）给出匀变速运动的定义。（假说）

（2）由匀变速运动的定义出发推导出*s*∝*t*2的结果。（推理）

（3）用实验来检验推导出的结果是否正确，即用斜面小球实验检验*s*/*t*2是否是一个恒量。（实验检验）

伽利略的研究方法对于后来的科学研究具有重大的启蒙作用。

## 练习九

（1）一个做匀变速运动的物体，初速度为3.0m/s，经过10s，速度变为9.0m/s，它在这10s内的平均速度是多大？

（2）从长3.0m的斜面顶端由静止滚下来的小球，末速度是2.5m/s，求小球滚动所用的时间。

（3）一辆汽车以12m/s的速度行驶，走到一个下坡，得到0.40m/s2的加速度。汽车通过下坡末端的速度是16m/s，这个下坡的长度是多长？

（4）子弹射中墙壁前的速度是400m/s，射到墙壁后穿进墙壁20cm。子弹在墙内的运动可以看作匀变速运动。求子弹在墙壁内的加速度和运动时间。

（5）试证明做匀变速运动的物体在一段时间内的平均速度等于这段时间的中间时刻的即时速度。

提示：从这段时间开始的时刻计时，在该时刻*t*＝0，速度为*v*0。设这段时间为*t*，物体在这段时间内发生的位移*s*＝*v*0*t*＋*at*2。利用平均速度的定义式＝，求出这段时间内的平均速度，即可证明。不用位移公式，你能不能证明？

注意：这道题中的结论在学生实验中要用到。

（6）做匀变速运动的物体，在各个连续相等时间*t*内的位移分别是*s*1，*s*2，*s*3……*s*n，如果加速度是*a*，试证明：

Δ*s*＝*s*2－*s*1＝*s*3－*s*2＝……＝*s*n－*s*n-1＝*at*2。

提示：从第一个*t*秒开始的时刻计时，在该时刻*t*＝0，速度为*v*0。利用位移公式和速度公式可得：

*s*1＝*v*0*t*＋*at*2；

*s*1＝（*v*0＋*at*）*t*＋*at*2；

*s*1＝（*v*0＋2*at*）*t*＋*at*2； 等等。

反之，如果在任意连续相等的时间内*s*2—*s*1＝*s*3－*s*2＝……，就可以知道这个运动是匀变速运动。这个结论在下一节和学生实验中要用到。