# 第五章 曲线运动

力学是关于运动的科学，它的任务是以完备而又简单的方式描述自然界中发生的运动。

——基尔霍夫[[1]](#footnote-1)



到目前为止，我们只研究了物体沿着一条直线的运动。实际上，在自然界和技术中，曲线运动随处可见。水平抛出的物体，在落到地面的过程中沿曲线运动；地球绕太阳公转，轨迹接近圆，也是曲线。抛出的物体、公转中的地球，它们的运动都是**曲线运动（curvilinear motion）**。

从现在开始，我们把目光转向抛体运动、圆周运动，以及更一般的曲线运动，从中你会看到，我们研究直线运动时的思路，原则上同样可以用来处理曲线运动。

通过本章和下一章的学习，你还会发现：地球上物体的运动和天体的运动原来遵从同样的科学规律！'

# 1 曲线运动

从现在开始，我们研究质点沿曲线运动时所遵循的规律。这一节的任务是找出描述曲线运动的方法，下一节将根据牛顿运动定律得出质点做曲线运动的规律。这个思路与研究直线运动时是一样的。

描述直线运动时要用到位移和速度两个物理量，描述曲线运动时也是这样。

## 曲线运动的位移

研究物体的运动时，坐标系的选取是很重要的。例如我们把一个物体沿水平方向抛出，它不会一直在水平方向上运动，而是沿着一条曲线落向地面。这种情况下无法应用直线坐标系，而应该选择**平面直角坐标系**。例如，这个坐标系的原点可以选在物体离开手掌时的位置，同时让*x*轴沿水平抛出的方向、*y*轴沿竖直向下的方向，如图5.1-1。

**图5.1-1 质点做曲线运动时的位移矢量**

当物体运动到A点时，它相对于抛出点的位移是OA，可以用*l*表示。然而这类问题中位移矢量*l*的方向在不断变化，运算不太方便，所以要尽量用它在坐标轴方向的分矢量来代表它。由于两个分矢量的方向是确定的，所以只用A点的坐标*x*A、*y*A就能表示它们，于是问题就简单些了。

过去建立平面直角坐标系时总使*y*轴的方向朝上，其实朝下也是可以的。但这时要注意，处于*x*轴下方的点的纵坐标不是负值而是正值。

### 思考与讨论

观察图5.1-2、图5.1-3描述的现象，你能不能说清楚，砂轮打磨下来的炽热微粒、飞出去的链球，分别沿着什么方向运动？

**图5.1-3 链球沿什么方向飞出？**

**图5.1-2 微粒沿什么方向飞出？**

## 曲线运动的速度

运动员掷链球时，链球在手的牵引下做曲线运动，一旦运动员放手，链球即刻飞出。放手的时刻不同，链球飞出的方向也不一样，可见做曲线运动的物体，不同时刻的速度具有不同的方向。所以，在研究曲线运动的速度时，我们首先考虑怎样确定物体在某一时刻的速度的方向。

### 演示

如图5.1-4，水平桌面上摆一条弯曲的轨道，它是由几段稍短的弧形轨道组合而成的。通过压缩弹簧或者斜面使钢球由轨道的C端滚入，在轨道的约束下做曲线运动。在轨道的下面放一张白纸，蘸有墨水的钢球从出口A离开轨道后在白纸上留下一条运动的痕迹，它记录了钢球在A点的运动方向。

**图5.1-4 钢球离开轨道时的速度方向与轨道（曲线）有什么关系？**

拆去一段轨道，钢球的轨道出口改在B。用同样的方法可以记录钢球在轨道B点的运动方向。

白纸上的墨迹与轨道（曲线）有什么关系？

讨论曲线运动的速度方向时要明确一个数学概念：曲线的切线。在初中数学里我们已经知道圆的切线，对于其他曲线，切线指的是什么？

如图5.1-5，过曲线上的A、B两点作直线，这条直线叫做曲线的割线。设想B点逐渐向A点移动，这条割线的位置也就不断变化。当B点非常非常接近A点时，这条割线就叫做曲线在A点的**切线（tangent）**。

**图5.1-5 A、B两点靠得很近时，直线AB就成了曲线的切线。**

有了切线的概念，我们就可以说：**质点在某一点的速度，沿曲线在这一点的切线方向。**

速度是矢量，它既有大小，又有方向。不论速度的大小是否改变，只要速度的方向发生改变，就表示速度矢量发生了变化，也就有了加速度。曲线运动中速度的方向在变，所以**曲线运动是变速运动**。

速度是矢量，它与力、位移等其他矢量一样，可以用它在相互垂直的两个方向的分矢量来表示，这两个分矢量叫做**分速度**。我们仍以被抛出的物体的运动为例（图5.1-6）。物体的速度记做*v*，沿曲线的切线方向，*vx*、*vy*是它在两个坐标轴方向的分速度。如果速度方向与*x*轴的夹角是*θ*，按照锐角三角函数的定义，两个分速度*vx*、*vy*与速度*v*的关系是

*vx*＝*v*cos *θ*

*vy*＝*v*sin *θ*

**图5.1-6 速度和它在*x*、*y*方向的分矢量**

### 例题

飞机起飞时以300 km/h的速度斜向上飞，飞行方向与水平面的夹角为30º。求水平方向的分速度*vx*和竖直方向的分速度*vy*。

**图5.1-7 求水平方向和竖直方向的分速度**

**解** 把速度*v*＝300 km/h按水平方向和竖直方向分解，如图5.1-7，可得

*vx*＝*v*cos 30º＝260 km/h

*vy*＝*v*sin 30º＝150 km/h

 飞机在水平方向和竖直方向的分速度分别是260 km/h和150 km/h。

### 做一做[[2]](#footnote-2)

如图5.1-8，取一根稍长的细杆，一端固定一根铁钉，另一端用羽毛或纸片做成尾翼，这样就得到了一个能够显示曲线运动速度方向的“飞镖”。在空旷地带把飞镖向斜上方抛出，飞镖在空中的指向就是它做曲线运动的速度方向。飞镖落至地面插入泥土后的指向就是它落地瞬时的速度方向。改变飞镖的投射角，观察它在飞行过程中直到插入地面时的不同角度。

**图5.1-8 显示曲线运动速度方向的飞镖**

与飞镖在空中做曲线运动的轨迹相联系，体会曲线运动的方向与轨迹曲线的关系。

## 运动描述的实例

分析下面的实例，对于怎样用物体的位置（位移）和速度描述它在平面中的运动，可以有些更清晰的认识。

### 演示

在一端封闭、长约1 m的玻璃管内注满清水，水中放一个红蜡做的小圆柱体R。将玻璃管的开口端用橡胶塞塞紧（图5.1-9甲）。

**图5.1-9 观察红蜡块的运动**

将玻璃管倒置（图乙），蜡块R沿玻璃管上升。如果在玻璃管旁边竖立一个米尺，可以看到，除了开始的一小段外，蜡块上升的速度大致不变。

再次将玻璃管上下颠倒，在上升的同时，将玻璃管紧贴着黑板沿水平方向向右匀速移动（图丙）。以黑板为参照物观察蜡块的运动。

蜡块在做什么样的运动？它在黑板上留下的轨迹是直线吗？也许轨迹是黑板平面内的一条曲线？它的运动是匀速运动吗？也许速度的大小或方向有些变化？这些问题都不是仅凭“看”就能准确回答的。

### 蜡块的位置

首先，以蜡块开始运动的位置为原点*O*，水平向右的方向和竖直向上的方向分别为*x*轴和*y*轴的方向，建立平面直角坐标系（图5.1-10）。

**图5.1-10 在平面直角坐标系中研究蜡块的运动**

我们设法写出蜡块的坐标随时间变化的关系式。蜡块的*x*坐标的值等于它与*y*轴的距离，*y*坐标的值等于它与*x*轴的距离。若以*vx*表示玻璃管向右移动的速度，以*vy*表示蜡块沿玻璃管上升的速度，则有

*x*＝*vx t*

*y*＝*vy t*

请你考虑：怎样计算蜡块对于原点的位移（大小和方向）与时间的关系？

### 蜡块的速度

速度*v*与*vx*、*vy*的关系已经在图5.1-10中标出，因此可以根据勾股定理写出它们之间的关系

*v*＝

根据三角函数的关系，从图5.1-10还可以确定速度*v*的方向，即角*θ*的正切

tan *θ*＝

### 蜡块运动的轨迹

蜡块沿着什么样的轨迹运动？在数学上，关于*x*、*y*两个变量的关系式描述一条曲线（包括直线），而在上面*x*、*y*的表达式中，除了*x*、*y*之外还有一个变量*t*，我们应该从这两个式子中消去*t*，这样就得到

*y*＝*x*

由于*vx*和*vy*都是常量，所以也是常量，可见*y*＝*x*代表的是一条过原点的直线，也就是说，蜡块的运动轨迹是直线。

这里说的“常量”，指的是它不随坐标*x*、*y*变化。也就是说，在任何位置，的值都是一样的。因此，*y*＝*x*具有正比例函数关系的形式。

## 物体做曲线运动的条件

物体在什么条件下做曲线运动？观察下面的实验。

### 演示

一个在水平面上做直线运动的钢球，从侧面给它一个力，例如在钢球运动路线的旁边放一块磁铁，观察钢球的运动。

**图5.1-11 钢球在磁体吸引下怎样运动？**

**当物体所受合力的方向与它的速度方向不在同一直线上时，物体做曲线运动。**

向斜上方抛出的石子，它所受重力的方向与速度的方向不在同一条直线上，它做曲线运动；人造卫星绕地球运行，地球对它的引力与速度方向不在同一条直线上，卫星做曲线运动。

**图5.1-12 地球对卫星的引力与速度方向不在同一条直线上**

根据牛顿第二定律，物体加速度的方向与它受力的方向总是一致的。当物体受力的方向与它的速度方向不在同一条直线上时，加速度的方向也就与速度方向不一致了，于是物体的速度方向要发生变化，物体就做曲线运动。

本节前面对曲线运动的位移和速度的研究是运动学的内容；而这里关于物体做曲线运动的条件的研究则是动力学的内容。

## 问题与练习

1. 一个质点从平面直角坐标系的原点开始运动并开始计时。它在*t*1时刻到达*x*1＝2.0 m、*y*1＝1.5 m的位置；在*t*2时刻到达*x*2＝3.6 m、*y*2＝4.8 m的位置。作草图表示质点在0～*t*1和0～*t*2时间内发生的位移*l*1和*l*2，然后计算它们的大小及它们与*x*轴的夹角*θ*1和*θ*2。
2. 在许多情况下，跳伞员跳伞后最初一段时间降落伞并不张开，跳伞员做加速运动。随后，降落伞张开，跳伞员做减速运动（图5.1-13）。速度降至一定值后便不再降低，跳伞员以这一速度做匀速运动，直至落地。无风时某跳伞员竖直下落，着地时速度是5 m/s。现在有风，风使他以4 m/s的速度沿水平方向向东运动。他将以多大速度着地？计算并画图说明。

**图5.1-13**

1. 跳水运动是一项难度很大又极具观赏性的运动，我国运动员多次在国际跳水赛上摘金夺银，被誉为跳水“梦之队”。图5.1-14是一位跳水运动员高台跳水时头部的运动轨迹，最后运动员沿竖直方向以速度口入水。整个运动过程中，在哪几个位置头部的速度方向与入水时*v*的方向相同？在哪几个位置与*v*的方向相反？在图中标出这些位置。

**图5.1-14 某跳水运动员头部运动的轨迹**

1. 汽车以恒定的速率绕圆形广场一周用时2 min，每行驶半周，速度方向改变多少度？汽车每行驶10 s，速度方向改变多少度？先作一个圆表示汽车运动的轨迹，然后作出汽车在相隔10 s的两个位置速度矢量的示意图。
2. 一个物体的速度方向如图5.1-15中*v*所示。从位置A开始，它受到向前但偏右（观察者沿着物体前进的方向看，下同）的合力。到达B时，这个合力的方向突然变得与前进方向相同。达到C时，又突然改为向前但偏左的力。物体最终到达D。请你大致画出物体由A至D的运动轨迹，并标出B点、C点和D点。

**图5.1-15 大致画出物体的运动轨迹**

*F*

*v*

A

1. 基尔霍夫（Gustav Robert Kirchhoff．1824 - 1887），德国物理学家，对电路和热辐射的理论有杰出的贡献，得出了关于电路和热辐射的两个“基尔霍夫定律”。 [↑](#footnote-ref-1)
2. 本书中，“做一做”栏目和“说一说”栏目，其中的内容是扩展性的，不是基本教学内容。同学们可以根据自己的条件在老师的指导下选择学习。 [↑](#footnote-ref-2)