# 第26届全国中学生物理竞赛复赛试卷

一、填空（问答）题（每题5分，共25分）

1．有人设想了一种静电场：电场的方向都垂直于纸面并指向纸里，电场强度的大小自左向右逐渐增大，如图所示。这种分布的静电场是否可能存在？试述理由。

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

2．海尔-波普彗星轨道是长轴非常大的椭圆，近日点到太阳中心的距离为0.914天文单位（1天文单位等于地日间的平均距离），则其近日点速率的上限与地球公转（轨道可视为圆周）速率之比约为（保留2位有效数字）\_\_\_\_\_\_\_。

3．用测电笔接触市电相线，即使赤脚站在地上也不会触电，原因是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；另一方面，即使穿绝缘性能良好的电工鞋操作，测电笔仍会发亮，原因是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

4．在图示的复杂网络中，所有电源的电动势均为*E*0，所有电阻器的电阻值均为*R*0，所有电容器的电容均为*C*0，则图示电容器A极板上的电荷量为\_\_\_\_\_\_\_\_。





5．如图，给静止在水平粗糙地面上的木块一初速度，使之开始运动。一学生利用角动量定理来考察此木块以后的运动过程：“把参考点设于如图所示的地面上一点O，此时摩擦力*f*的力矩为0，从而地面木块的角动量将守恒，这样木块将不减速而作匀速运动。”请指出上述推理的错误，并给出正确的解释：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

二、（20分）

图示正方形轻质刚性水平桌面由四条完全相同的轻质细桌腿1、2、3、4支撑于桌角A、B、C、D处，桌腿竖直立在水平粗糙刚性地面上。已知桌腿受力后将产生弹性微小形变。现于桌面中心点O至角A的连线OA上某点P施加一竖直向下的力*F*，令＝*c*，求桌面对桌腿1的压力*F*1。

三、（15分）

1．一质量为*m*的小球与一劲度系数为*k*的弹簧相连组成一体系，置于光滑水平桌面上，弹簧的另一端与固定墙面相连，小球做一维自由振动。试问在一沿此弹簧长度方向以速度*u*作匀速运动的参考系里观察，此体系的机械能是否守恒，并说明理由。

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

2．若不考虑太阳和其他星体的作用，则地球-月球系统可看成孤立系统。若把地球和月球都看作是质量均匀分布的球体，它们的质量分别为*M*和*m*，月心-地心间的距离为*R*，万有引力恒量为*G*。学生甲以地心为参考系，利用牛顿第二定律和万有引力定律，得到月球相对于地心参考系的加速度为*a*m＝*G*；学生乙以月心为参考系，同样利用牛顿第二定律和万有引力定律，得到地球相对于月心参考系的加速度为*a*e＝*G*。这二位学生求出的地-月间的相对加速度明显矛盾，请指出其中的错误，并分别以地心参考系（以地心速度作平动的参考系）和月心参考系（以月心速度作平动的参考系）求出正确结果。**t**

四、（20分）

火箭通过高速喷射燃气产生推力。设温度*T*1、压强*p*1的炽热高压气体在燃烧室内源源不断生成，并通过管道由狭窄的喷气口排入气压*p*2的环境。假设燃气可视为理想气体，其摩尔质量为*μ*，每摩尔燃气的内能为*u*＝*c*V*T*（*c*V是常量，*T*为燃气的绝对温度）。在快速流动过程中，对管道内任意处的两个非常靠近的横截面间的气体，可以认为它与周围没有热交换，但其内部则达到平衡状态，且有均匀的压强*p*、温度*T*和密度*ρ*，它们的数值随着流动而不断变化，并满足绝热方程$pV^{\frac{C\_{V}+R}{C\_{V}}}$＝*C*（恒量），式中*R*为普适气体常量，求喷气口处气体的温度与相对火箭的喷射速率。

五、（20分）

内半径为*R*的直立圆柱器皿内盛水银，绕圆柱轴线匀速旋转（水银不溢，皿底不露），稳定后的液面为旋转抛物面。若取坐标原点在抛物面的最低点，纵坐标轴*z*与圆柱器皿的轴线重合，横坐标轴*r*与*z*轴垂直，则液面的方程为*z*＝*r*2，式中*ω*为旋转角速度，*g*为重力加速度（当代已使用大面积的此类旋转水银液面作反射式天文望远镜）。

观察者的眼睛位于抛物面最低点正上方某处，保持位置不变，然后使容器停转，待液面静止后，发现与稳定旋转时相比，看到的眼睛的像的大小、正倒都无变化。求人眼位置至稳定旋转水银面最低点的距离。

六、（20分）

两惯性系S′与S初始时刻完全重合，前者相对后者沿*z*轴正向以速度*v*高速运动。作为光源的自由质点静止于S′系中，以恒定功率*P*向四周辐射（各向同性）光子。在S系中观察，辐射偏向于光源前部（即所谓的前灯效应）。

1．在S系中观察，S′系中向前的那一半辐射将集中于光源前部以*x*轴为轴线的圆锥内。求该圆锥的半顶角*α*。已知相对论速度变换关系为

*u*x＝

式中*u*x与*u*x′分别为S与S′系中测得的速度*x*分量，*c*为光速。

2．求S系中测得的单位时间内光源辐射的全部光子的总动量与总能量。

七、（20分）

1．设想光子能量为*E*的单色光垂直入射到质量为*M*、以速度*V*沿光入射方向运动的理想反射镜（无吸收）上，试用光子与镜子碰撞的观点确定反射光的光子能量*E*′。可取以下近似：≪≪1，其中*c*为光速。

2．若在上述问题中单色光的强度为*Φ*，试求反射光的强度*Φ*′（可以近似认为光子撞击镜子后，镜子的速度仍为*V*）。光的强度定义为单位时间内通过垂直于光传播方向单位面积的光子的能量。

八、（20分）

惰性气体分子为单原子分子，在自由原子情形下，其电子电荷分布是球对称的。负电荷中心与原子核重合。但如两个原子接近，则彼此能因静电作用产生极化（正负电荷中心不重合），从而导致有相互作用力，这称为范德瓦尔斯相互作用。下面我们采用一种简化模型来研究此问题。

当负电中心与原子核不重合时，若以*x*表示负电中心相对正电荷（原子核）的位移，当*x*为正时，负电中心在正电荷的右侧，当*x*为负时，负电中心在正电荷的左侧，如图1所示。这时，原子核的正电荷对荷外负电荷的作用力*f*相当于一个劲度系数为*k*的弹簧的弹性力，即*f*＝－*kx*，力的方向指向原子核，核外负电荷的质量全部集中在负电中心，此原子可用一弹簧振子来模拟。

今有两个相同的惰性气体原子，它们的原子核固定，相距为*R*，原子核正电荷的电荷量为*q*，核外负电荷的质量为*m*。因原子间的静电相互作用，负电中心相对各自原子核的位移分别为*x*1和*x*2，且|*x*1|和|*x*2|都远小于*R*，如图2所示。此时每个原子的负电荷除受到自己核的正电荷作用外，还受到另一原子的正、负电荷的作用。

众所周知，孤立谐振子的能量*E*＝*mv*2＋*kx*2是守恒的，式中*v*为质量*m*的振子运动的速度，*x*为振子相对平衡位置的位移。量子力学证明，在绝对零度时，谐振子的能量为*hω*，称为零点振动能，ℏ＝*h*/2π，*h*为普朗克常量，*ω*＝为振子的固有角频率。试计算在绝对零度时上述两个有范德瓦尔斯相互作用的惰性气体原子构成的体系的能量，与两个相距足够远的（可视为孤立的、没有范德瓦尔斯相互作用的）惰性气体原子的能量差，并从结果判定范德瓦尔斯相互作用是吸引还是排斥。可利用当|*x*|≪1时的近似式（1＋*x*）1/2≈1＋*x*/2－*x*2/8，（1＋*x*）-1≈1－*x*＋*x*2。

# 第26届全国中学生物理竞赛复赛试卷

# 参考解答与评分标准

一、填空（问答）题.每小题5分，共25分.按各小题的答案和评分标准评分.

1. **答案与评分标淮：**

这种分布的静电场不可能存在.因为静电场是保守场，电荷沿任意闭合路径一周电场力做的功等于0，但在这种电场中，电荷可以沿某一闭合路径移动一周而电场力做功不为0。（5分）

2。**答案与评分标淮：**

1.5。（5分）

3。**答案与评分标淮：**

测电笔内阻很大，通过与之串联的人体上的电流（或加在人体上的电压）在安全范围内；（2分）

市电为交流电，而电工鞋相当于一电容器，串联在电路中仍允许交流电通过。（3分）

4。**答案与评分标淮：**

2*E*0*C*0。（5分）

5。**答案与评分标淮：**

该学生未考虑竖直方向木块所受的支持力和重力的力矩.仅根据摩擦力的力矩为零便推出木块的角动量应守恒，这样推理本身就不正确.事实上，此时支持力合力的作用线在重力作用线的右侧，支持力与重力的合力矩不为0，木块的角动量不守恒，与木块作减速运动不矛盾。（5分）

**错误！未找到引用源。**

二、参考解答：

设桌面对四条腿的作用力皆为压力，分别为、、、。因轻质刚性的桌面处在平衡状态，可推得

。 **错误！未找到引用源。**

由于对称性，

。 **错误！未找到引用源。**

考察对桌面对角线BD的力矩，由力矩平衡条件可得

。 **错误！未找到引用源。**

根据题意， ，*c*＝0对应于力*F*的作用点在*O*点，*c*＝1对应于*F*作用点在*A*点.

设桌腿的劲度系数为, 在力*F*的作用下，腿1的形变为，腿2和4的形变均为，腿3的形变为。依题意，桌面上四个角在同一平面上，因此满足[](http://hfwq.cersp.net), 即

 。 **错误！未找到引用源。**

由(1)、(2)、(3)、(4)式，可得

 ， **错误！未找到引用源。**

 ， **错误！未找到引用源。**

当时，.，表示腿3无形变；，表示腿3受到桌面的作用力为拉力，这是不可能的，故应视。此时(2)式（3）式仍成立。由(3)式，可得

 。 （7）

综合以上讨论得

 ,  . （8）

  ，  . （9）

**评分标准：**本题20分.

 （1）式1分，（2）式1分，（3）式2分，（4）式7分，得到由（8）式表示的结果得4分，得到由（9）式表示的结果得5分。

**错误！未找到引用源。**

三、参考解答：

1.否。原因是墙壁对于该体系而言是外界，墙壁对弹簧有作用力，在运动参考系里此力的作用点有位移，因而要对体系做功，从而会改变这一体系的机械能。

2.因地球受月球的引力作用，月球受地球的引力作用，它们相对惯性系都有加速度，故它们都不是惯性参考系。相对非惯性参考系，牛顿第二定律不成立。如果要在非惯性参考系中应用牛顿第二定律，必须引入相应的惯性力；而这两位学生又都未引入惯性力，所以他们得到的结果原则上都是错误的。

以地心为参考系来求月球的加速度.地心系是非惯性系，设地球相对惯性系的加速度的大小为，则由万有引力定律和牛顿第二定律有

 ， **错误！未找到引用源。**

加速度的方向指向月球。相对地心参考系，月球受到惯性力作用，其大小

 ， **错误！未找到引用源。**

方向指向地球，与月球受到的万有引力的方向相同。若月球相对地心系的加速度为，则有

 [](http://hfwq.cersp.net)。 **错误！未找到引用源。**

由(1)、(2)、(3)三式，得

 ， **错误！未找到引用源。**

加速度的方向指向地球。

以月心为参考系来求地球的加速度.月心系也是非惯性系，设月球相对惯性系的加速度的大小为，则由万有引力定律和牛顿第二定律有

 ， **错误！未找到引用源。**

加速度的方向指向地球。相对月心参考系，地球受到惯性力作用，惯性力的大小

 ， **错误！未找到引用源。**

方向指向月球，与地球受到的万有引力的方向相同。若地球相对月心系的加速度为，则有

 。 **错误！未找到引用源。**

由（5）、（6）、（7）三式得

 ， **错误！未找到引用源。**

加速度的方向指向月球。 (4)式与(8)式表明，地球相对月心系的加速度与月球相对地心系的加速度大小相等（方向相反），与运动的相对性一致。

**评分标准**：本题15分.

 第1小问5分.

第2小问10分.指出不正确并说明理由，占2分；（1）至（8）式，每式1分。

**错误！未找到引用源。**

四、参考解答：

于火箭燃烧室出口处与喷气口各取截面与，它们的面积分别为和，由题意，，以其间管道内的气体为研究对象，如图所示。设经过很短时间，这部分气体流至截面与之间，间、间的微小体积分别为、，两处气体密度为、，流速为、。气流达到稳恒时，内部一切物理量分布只依赖于位置，与时间无关。由此可知，尽管间气体更换，但总的质量与能量不变。

先按绝热近似求喷气口的气体温度。质量守恒给出

 ， **错误！未找到引用源。**

即气体可视为由气体绝热移动所得。事实上，因气流稳恒，气体流出喷口时将再现气体状态。对质量的气体，利用理想气体的状态方程

  **错误！未找到引用源。**

和绝热过程方程

 [](http://hfwq.cersp.net)， **错误！未找到引用源。**

可得

 。 **错误！未找到引用源。**

再通过能量守恒求气体的喷射速率。由(1)式及，可得

 ， **错误！未找到引用源。**

再利用（1）、(3)式，知，因， ，故

 。 **错误！未找到引用源。**

整个体系经时间的总能量（包括宏观流动机械能与微观热运动内能）增量为部分与部分的能量差。由于重力势能变化可忽略，在理想气体近似下并考虑到(6)式，有

 。 **错误！未找到引用源。**

体系移动过程中，外界做的总功为

 。 **错误！未找到引用源。**

根据能量守恒定律，绝热过程满足

 ， **错误！未找到引用源。**

得

 ， **错误！未找到引用源。**

其中利用了(2)、(4)两式。

**评分标准：**本题20分.

 （2）式1分，（3）式2分，（4）式3分，（6）式1分，（7）式6分，（8）式4分，（9）式1分，（10）式2分。

**错误！未找到引用源。**

五、参考解答：

旋转抛物面对平行于对称轴的光线严格聚焦，此抛物凹面镜的焦距为

 。 **错误！未找到引用源。**

由(1)式，旋转抛物面方程可表示为

 。 **错误！未找到引用源。**

停转后液面水平静止。由液体不可压缩性，知液面上升。以下求抛物液面最低点上升的高度。

抛物液面最低点以上的水银，在半径、高的圆柱形中占据体积为的部分，即附图中左图阴影部分绕轴线旋转所得的回转体；其余体积为的部分无水银。体在高度处的水平截面为圆环，利用抛物面方程，得处圆环面积

 。 **错误！未找到引用源。**

将体倒置，得附图中右图阴影部分绕轴线旋转所得的回转体，相应抛物面方程变为

 ， **错误！未找到引用源。**

其高度处的水平截面为圆面，面积为

 。 **错误！未找到引用源。**

由此可知

 ， **错误！未找到引用源。**

即停转后抛物液面最低点上升

 。 **错误！未找到引用源。**

因抛物镜在其轴线附近的一块小面积可视为凹球面镜，抛物镜的焦点就是球面镜的焦点，故可用球面镜的公式来处理问题.两次观察所见到的眼睛的像分别经凹面镜与平面镜反射而成，而先后看到的像的大小、正倒无变化，这就要求两像对眼睛所张的视角相同。设眼长为。凹面镜成像时，物距即所求距离，像距*v*与像长分别为

 ， **错误！未找到引用源。**

 。 **错误！未找到引用源。**

平面镜成像时，由于抛物液面最低点上升，物距为

 ， **错误！未找到引用源。**

像距与像长分别为

 ， **错误！未找到引用源。**

 。 **错误！未找到引用源。**

两像视角相同要求

 ， **错误！未找到引用源。**

即

 ， **错误！未找到引用源。**

此处利用了（8）—（12）诸式。由（14）式可解得所求距离

 。 **错误！未找到引用源。**

**评分标准：**本题20分.

 （1）式1分，（7）式4分，（8）、（9）式各2分，（10） 、（11）、 （12）式各1分，（13）式6分，（15）式2分。

**错误！未找到引用源。**

六、参考解答：

1。先求两惯性系中光子速度方向的变换关系。根据光速不变原理，两系中光速的大小都是。以和分别表示光子速度方向在和系中与和轴的夹角，则光速的分量为

 ， **错误！未找到引用源。**

 。 **错误！未找到引用源。**

再利用相对论速度变换关系，得

 [](http://hfwq.cersp.net)。 **错误！未找到引用源。**

系中光源各向同性辐射，表明有一半辐射分布于的方向角范围内，系中，此范围对应。由上式求得

 。 **错误！未找到引用源。**

可以看出，光源的速度*v*越大，圆锥的顶角越小。

2。系中，质点静止，在时间内辐射光子的能量来自质点静能的减少，即

 ， **错误！未找到引用源。**

式中为时间内质点减少的质量。系中，质点以速度*v*匀速运动，由于辐射，其动质量减少，故动量与能量亦减少。转化为光子的总动量为，即

 ； **错误！未找到引用源。**

转化为光子的总能量为，即

 。 **错误！未找到引用源。**

系中光源静止，测得的辐射时间为本征时，在系中膨胀为

 [](http://hfwq.cersp.net)， **错误！未找到引用源。**

由以上各式可得在*S*系中单位时间内辐射的全部光子的总动量与总能量分别为

 ， **错误！未找到引用源。**

 。 **错误！未找到引用源。**

**评分标准：**本题20分.

第1小问7分.（3）式4分，（4）式3分.

第2小问13分.（5）、 （6） 、（7）式各2分，（8）式3分，（9） 、（10） 式各2分。

**错误！未找到引用源。**

七、参考解答：

1。光子与反射镜碰撞过程中的动量和能量守恒定律表现为

 ， **错误！未找到引用源。**

 。 **错误！未找到引用源。**

其中为碰撞后反射镜的速度。从上两式消去，得

 [](http://hfwq.cersp.net)。 **错误！未找到引用源。**

  **错误！未找到引用源。**

当时，，可得

 。 **错误！未找到引用源。**

2.考察时刻位于垂直于光传播方向的截面*A*左侧的长为光在1s时间内所传播的距离*c*×1s、底面积为单位面积柱体内的光子，如图1所示。经过1s时间，它们全部通过所考察的截面。若单位体积中的光子数为，根据光强的定义，入射光的强度

  （6）

若*A*处固定一反射镜，则柱体的底面*S*2处的光子在时刻*t*到达位于*A*处的反射镜便立即被反射，以光速*c*向左移动；当柱体的底面*S*1在*t＋*1s到达*A*处被反射镜反射时，这柱体的底面*S*2已到达*A*左边距离*A*为*c*×1s处，所有反射光的光子仍分布在长为*c*×1s、截面积为单位面积的柱体内，所以反射光的强度与入射光的强度相等。

如果反射镜不固定，而是以恒定的速度*V*向右移动，则在时刻*t＋*1s柱体的底面*S*1到达A处时，反射镜已移到A右边距离为*V*×1s的N处，这时底面*S*2移到A左侧离A的距离为*c*×1s处，如图2中a所示.设再经过时间，*S*1与镜面相遇，但这时镜面己来到**处，因为在时间内，镜面又移过了一段距离，即在时刻，底面*S*1才到达反射镜被反射。亦即原在*S*1处的光子须多行进*cΔt*的距离才能被反射。因此

 

得

  （7）

而这时，底面*S*2又向左移了一段距离**。这样反射光的光子将分布在长为的柱体内。因反射不改变光子总数，设为反射光单位体积中的光子数，有

 

故有

 。 （8）

根据光强度的定义，反射光的强度

 。 （9）

由（4）、（8）、（9）各式得

 。 （10）

注意到有

 。 （11）

 **评分标准：**本题20分.

第1小问9分. （1）、（2）式各2分，（4）或（5）式5分.

第2小问11分.（8）式5分，（9）式3分，（10） 或（11）式3分。

**错误！未找到引用源。**

八、参考解答：

两个相距*R*的惰性气体原子组成体系的能量包括以下几部分：每个原子的负电中心振动的动能，每个原子的负电中心因受各自原子核“弹性力”作用的弹性势能，一个原子的正、负电荷与另一原子的正、负电荷的静电相互作用能.以和分别表示两个原子的负电中心振动速度，和分别表示两个原子的负电中心相对各自原子核的位移，则体系的能量

  ， **错误！未找到引用源。**

式中*U*为静电相互作用能

 ， （2）

为静电力常量。因，，，利用，可将（2）式化为

 ， （3）

因此体系总能量可近似表为

 . （4）

注意到和 ，可将（4）式改写为

 . （5）

式中，

 ，（6）

 ， （7）

 ， （8）

 。 （9）

（5）式表明体系的能量相当于两个独立谐振子的能量和，而这两个振子的固有角频率分别为

 ， （10）

 . （11）

在绝对零度，零点能为

 ， （12）

两个孤立惰性气体原子在绝对零度的能量分别表示为和，有

 ， （13）

式中

  （14）

为孤立振子的固有角频率。由此得绝对零度时，所考察的两个惰性气体原子组成的体系的能量与两个孤立惰性气体原子能量和的差为

 。 （15）

利用，可得

 。 （16）

，表明范德瓦尔斯相互作用为相互吸引。

**评分标准：**本题20分.

（1）式1分，（2）式3分，（4）式3分，（10）、（11）式各4分， （12）式2分， （16）式2分，末句说明占1分。