# 第25届全国中学生物理竞赛复赛试卷

（本题共八大题，满分160分）

一．（15分）

1．（5分）蟹状星云脉冲星的辐射脉冲周期是0.033s，假设它是由均匀分布的物质构成的球体，脉冲周期是它的旋转周期，万有引力是唯一能阻止它离心分解的力，已知万有引力常量*G*＝6.67×10-11m3kg-1s-2，由于脉冲星表面的物质未分离，故可估算出此脉冲星密度的下限是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_kg·m-3。

2．（5分）在国际单位制中，库仑定律写成*F*＝*k*，式中静电力常量*k*＝8.98×109N·m2/C2，电荷量*q*1和*q*2的单位都是库仑，距离*r*的单位是米，作用力*F*的单位是牛顿。若把库仑定律写成更简洁的形式*F*＝，式中距离*r*的单位是米，作用力*F*的单位是牛顿，由此可定义一种电荷量*q*的新单位。当用米、千克、秒表示此新单位时，电荷量新单位＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；新单位与库仑的关系为1新单位＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_C。

3．（5分）电子感应加速器（betatron）的基本原理如下：

一个圆环形真空室处于分布在圆柱形体积内的磁场中，磁场方向沿圆柱的轴线，圆柱的过圆环的圆心并与环面垂直。图中两个同心的实线圆代表圆环的边界，与实线圆同心的虚线圆为电子在加速过程中运行的轨道。已知磁场的磁感应强度*B*随时间*t*变化的规律为*B*＝*B*0cos（*t*），其中*T*为磁场变化的周期，*B*0为大于零的常量。当*t*为正时，磁场的方向垂直于纸面指向纸外。若持续地将初速为*v*0的电子沿虚线圆的切线方向注入到环内（如图），则电子在该磁场变化的一个周期内可能被加速的时间是从*t*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_到*t*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

二．（21分）

嫦娥1号奔月与长征3号火箭分离后，进入绕地运行的椭圆轨道，近地点离地面高*H*n＝2.05×102km，远地点离地面高*H*f＝5.093×104km，周期约为16h，称为16小时轨道（如图中曲线1所示）。随后，为了使卫星离地越来越远，星载发动机先在远地点点火，使卫星进入新轨道（如图中曲线2所示），以抬高近地点。后来又连续三次在抬高以后的近地点点火，使卫星加速和变轨，抬高远地点，相继进入24小时轨道、48小时轨道和地月转移轨道（分别如图中曲线3、4、5所示）。已知卫星质量*m*＝2.350×103kg，地球半径*R*＝6.378×103km，地面重力加速度*g*＝9.81m/s2，月球半径*r*＝1.738×103km。

（1）试计算16小时轨道的半长轴*a*和半短轴*b*的长度，以及椭圆偏心率*e*。

（2）在16小时轨道的远地点点火时，假设卫星所受推力的方向与卫星速度方向相同，而且点火时间很短，可以认为椭圆轨道长轴方向不变。设推力大小*F*＝490N，要把近地点抬高600km，问点火时间应持续多长？

（3）试根据题给数据计算卫星在16小时轨道上的实际运行周期。

（4）卫星最后进入绕月圆形轨道，距离月面高*H*m约为200km，周期*T*m＝127min，试据此估算月球质量与地球质量之比值。

三．（22分）

足球射到球门横梁上时，因速度方向不同、射在横梁上的位置有别，其落地点也是不同的。已知球门的横梁为圆柱形，设足球以水平方向的速度沿垂直于横梁的方向射到横梁上，球与横梁间的动摩擦因数*μ*＝0.70，球与横梁碰撞时的恢复系数*e*＝0.70。试问足球应射在横梁的什么位置才能使球心落到球门线内（含球门线）？足球射在横梁上的位置用球与横梁撞击点到横梁轴线的垂线与水平方向（垂直于横梁的轴线）的夹角*θ*（小于90°）来表示。不计空气阻力及重力的影响。

四．（20分）

图示为低温工程中常用的一种气体、蒸气压联合温度计的原理示意图，M为指针压力表，以*V*M表示其中可以容纳气体的容积；B为测温泡，处在待测温度的环境中，以*V*B表示其体积；E为贮气容器，以*V*E表示其体积；F为阀门。M、E、B由体积可以忽略的毛细管连接。在M、E、B均处在室温*T*0＝300K时充以压强*p*0＝5.2×105Pa的氢气。假设氢的饱和蒸气仍遵从理想气体状态方程。现考察以下各问题：

（1）关闭阀门F，使E与温度计的其他部分隔断，于是M、B构成一简易的气体温度计，用它可测量25K以上的温度，这时B中的氢气始终处于气态，M处在室温中。试导出B处的温度*T*与压力表显示的压强*p*的关系。除题中给出的室温*T*0时B中氢气的压强*p*0外，理论上至少还需要测量几个已知温度下的压强才能定量确定*T*与*p*的关系？

（2）开启阀门F，使M、E、B连通，构成一用于测量20-25K温度区间的低温的蒸气压温度计，此时压力表M测出的是液态氢的饱和蒸气压与温度的关系，通过测量氢的饱和蒸气压，就可相当准确地确定这一温区的温度。在设计温度计时，要保证B处温度低于*T*V＝25K时，B中一定要有液态氢存在，而当温度高于*T*V＝25K时，B中无液态氢。要达到这一目的，*V*M＋*V*E与*V*B间应满足怎样的关系？已知*T*V＝25K时，液态氢的饱和蒸气压*p*V＝3.3×105Pa。

（3）已知室温下压强*p*1＝1.04×105Pa的氢气体积是同质量的液态氢体积的800倍，试论证蒸气压温度计中的液态氢不会溢出测温泡B。

五．（20分）

一很长、很细的柱形的电子束由速度为*v*的匀速运动的低速电子组成，电子在电子束中均匀分布，沿电子束轴线每单位长度包含*n*个电子，每个电子的电荷量为－*e*（*e*＞0），质量为*m*。该电子束从远处沿垂直于平行板电容器极板的方向射向电容器，其前端（即图中的右端）于*t*＝0时刻刚好到达电容器的左极板。电容器的两极板上各开一个小孔，使电子束可以不受阻碍地穿过电容器。两极板A、B之间加上了如图所示的周期性变化的电压*U*AB（*U*AB＝*U*A－*U*B，图中只画出了一个周期的图线），电压的最大值和最小值分别为*U*0和－*U*0，周期为*T*。若以*τ*表示每个周期中电压处于最大值的时间间隔，则电压处于最小值的时间间隔为*T*－*τ*。已知*τ*的值恰好使在*U*AB变化的第一个周期内通过电容器到达电容器右侧的所有电子，能在某一时刻*t*b形成均匀分布的一段电子束。设电容器两极板间的距离很小，电子穿过电容器所需要的时间可以忽略，且*mv*2＝6*eU*0，不计电子之间的相互作用及重力作用。

（1）满足题给条件的*τ*和*t*b的值分别为*τ*＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_*T*，*t*b＝\_\_\_\_\_\_\_\_\_*T*。

（2）试在下图中画出*t*＝2*T*那一时刻，在0～2*T*时间内通过电容器的电子在电容器右侧空间形成的电流*I*，随离开右极板的距离*x*的变化图线，并在图上标出图线特征点的纵、横坐标（坐标的数字保留到小数点后第二位）。取*x*正向为电流正方向。图中*x*＝0处为电容器的右极板B的小孔所在的位置，横坐标的单位*s*＝*T*。（本题按画出的图评分，不须给出计算过程）



六．（22分）

零电阻是超导体的一个基本特性，但在确认这一事实时受到实验测量精度的限制。为克服这一困难，最著名有实验是长时间监测浸泡在液态氦（温度*T*＝4.2K）中处于超导态的用铅丝做成的单匝线圈（超导转换温度*T*C＝7.19K）中电流的变化。设铅丝粗细均匀，初始时通有*I*＝100A的电流，电流检测仪器的精度为Δ*I*＝1.0mA，在持续一年的时间内电流检测仪器没有测量到电流的变化。根据这个实验，试估算对超导态铅的电阻率为零的结论认定的上限为多大。设铅中参与导电的电子数密度*n*＝8.00×1020m-3，已知电子质量*m*＝9.11×10-31kg，基本电荷*e*＝1.60×10-19C。（采用的估算方法必须利用本题所给出的有关数据）

七．（20分）

在地面上方垂直于太阳光的入射方向，放置一半径*R*＝0.10m、焦距*f*＝0.50m的薄凸透镜，在薄透镜下方的焦平面上放置一黑色薄圆盘（圆盘中心与透镜焦点重合），于是可以在黑色圆盘上形成太阳的像。已知黑色圆盘的半径是太阳像的半径的两倍。圆盘的导热性极好，圆盘与地面之间的距离较大。设太阳向外辐射的能量遵从斯特藩-玻尔兹曼定律：在单位时间内在其单位表面积上向外辐射的能量为*W*＝*σT*4，式中*σ*为斯特藩-玻尔兹曼常量，*T*为辐射体表面的绝对温度。对太阳而言，取其温度*t*s＝5.50×103℃。大气对太阳能的吸收率为*α*＝0.40。又设黑色圆盘对射到其上的太阳能全部吸收，同时圆盘也按斯特藩-玻尔兹曼定律向外辐射能量。如果不考虑空气的对流，也不考虑杂散光的影响，试问薄圆盘到达稳定状态时可能达到的最高温度为多少摄氏度？

八．（20分）

质子数与中子数互换的核互为镜像核，例如3He是3H的镜像核，同样3H是3He的镜像核。已知3H和3He原子质量分别是*m*3H＝3.016050u和*m*3He＝3.016029u，中子和质子质量分别为*m*n＝1.008665u和*m*P＝1.007825u，1u＝MeV，式中*c*为光速，静电力恒量*k*＝MeV·fm，式中*e*为电子的电荷量。

（1）试计算3H和3He的结合能之差为多少MeV。

（2）已知核子间相互作用的“核力”与电荷几乎没有关系，又知质子和中子的半径近似相等，试说明上面所求的结合能差主要是由什么原因造成的。并由此结合能之差来估计核子半径*r*N。

（3）实验表明，核子可以被近似地看成半径*r*N恒定的球体；核子数*A*较大的原子核可以近似地被看成是半径为*R*的球体。根据这两点，试用一个简单模型找出*R*与*A*的关系式；利用本题第2问所求得的*r*N的估计值求出此关系式中的系数；用所求得的关系式计算208Pb核的半径*R*Pb。

# 第25届全国中学生物理竞赛预赛卷参考解答与评分标准

一、答案与评分标准：

1．1.3×1014 （5分）

2．kg1/2m3/2s-1（2分），1.06×10-5（3分，答1.05×10-5也给3分）

3．*T*，*T* （共5分，有任何错都给0分）

二、参考解答：

1. 椭圆半长轴*a*等于近地点和远地点之间距离的一半，亦即近地点与远地点矢径长度（皆指卫星到地心的距离）与的算术平均值，即有

 （1）

代入数据得

km （2）

椭圆半短轴*b*等于近地点与远地点矢径长度的几何平均值，即有

 （3）

代入数据得

 （4）

椭圆的偏心率

 （5）

代入数据即得

*e*＝0.7941 （6）

2. 当卫星在16小时轨道上运行时，以和分别表示它在近地点和远地点的速度，根据能量守恒，卫星在近地点和远地点能量相等，有

 （7）

式中是地球质量，是万有引力常量.因卫星在近地点和远地点的速度都与卫星到地心的连线垂直，根据角动量守恒，有

 （8）

注意到

 （9）

由（7）、（8）、（9）式可得

 （10）

  （11）

当卫星沿16小时轨道运行时，根据题给的数据有

由（11）式并代入有关数据得

km/s （12）

依题意，在远地点星载发动机点火，对卫星作短时间加速，加速度的方向与卫星速度方向相同，加速后长轴方向没有改变，故加速结束时，卫星的速度与新轨道的长轴垂直，卫星所在处将是新轨道的远地点.所以新轨道远地点高度km，但新轨道近地点高度km.由（11）式，可求得卫星在新轨道远地点处的速度为

km/s （13）

卫星动量的增加量等于卫星所受推力*F*的冲量，设发动机点火时间为*t*，有

 （14）

由（12）、（13）、（14）式并代入有关数据得

Δ*t*＝1.5×102s （约2.5分） （15）

这比运行周期小得多.

3. 当卫星沿椭圆轨道运行时，以*r*表示它所在处矢径的大小，*v*表示其速度的大小，表示矢径与速度的夹角，则卫星的角动量的大小

 （16 ）

其中

 （17）

是卫星矢径在单位时间内扫过的面积，即卫星的面积速度.由于角动量是守恒的，故是恒量.利用远地点处的角动量，得

 （18）

又因为卫星运行一周扫过的椭圆的面积为

 （19）

所以卫星沿轨道运动的周期

 （20）

由（18）、（19）、（20） 式得

 （21）

代入有关数据得

*T*＝5.678×104s（约15小时46分） （22）

注：本小题有多种解法.例如，由开普勒第三定律，绕地球运行的两亇卫星的周期*T*与*T*0之比的平方等于它们的轨道半长轴*a*与*a*0之比的立方，即



若是卫星绕地球沿圆轨道运动的轨道半径，则有



得 

从而得

*T*＝

代入有关数据便可求得（22）式.

4. 在绕月圆形轨道上，根据万有引力定律和牛顿定律有

 （23）

这里是卫星绕月轨道半径，是月球质量. 由（23）式和（9）式，可得

 （24）

代入有关数据得

＝0.0124 （25）

评分标准：本题21分.

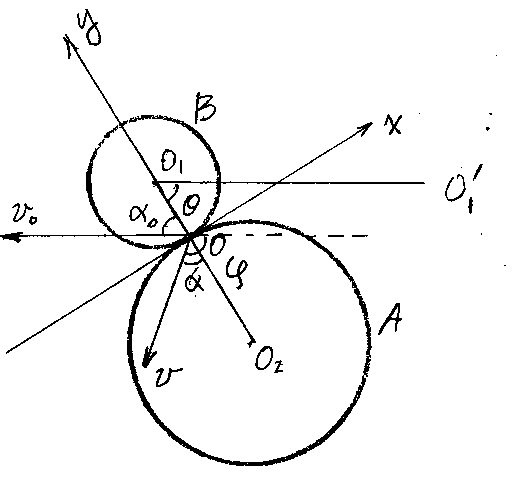
第1问3分，其中（2）式1分，（4）式1分，（6）式1分（答数在到.之间者都给1分）．

第2问10分，其中（7）式、（8）式各2分，（12）式、（13）式各2分（重力加速度*g=*9.81，首位数很大，故、都取四位有效数字．如果考生只取三位，计算正确的，同样给分.若（12）、（13）式错，但（11）式正确，可给2分）（14）式1分，（15）式1分（若由于、只保留三位有效数字而导致结果与参考解答有异，只要计算正确，同样给分）.

第3问4分，其中（21）式3分，（22）式1分（如果考生把只取三位，*T*也取三位，计算正确的同样给分）.

第4问4分，其中（23）式1分，（24）式2分，（25）式1分（答案在0.0122至0.0125之间都给1分）.

三、参考解答：

足球射到球门横梁上的情况如图所示（图所在的平面垂直于横梁轴线）.图中*B*表示横梁的横截面，*O*1为横梁的轴线；为过横梁轴线并垂直于轴线的水平线；*A*表示足球，*O*2为其球心；*O*点为足球与横梁的碰撞点，碰撞点*O*的位置由直线*O*1*OO*2与水平线的夹角**表示.设足球射到横梁上时球心速度的大小为*v*0，方向垂直于横梁沿水平方向，与横梁碰撞后球心速度的大小为*v*，方向用它与水平方向的夹角**表示如图.以碰撞点*O*为原点作直角坐标系Oxy，y轴与*O*2*OO*1重合.以**表示碰前速度的方向与y轴的夹角，以**表示碰后速度的方向与y轴（负方向）的夹角，足球被横梁反弹后落在何处取决于反弹后的速度方向，即角**的大小.

以*F*x表示横梁作用于足球的力在x方向的分量的大小，*F*y表示横梁作用于足球的力在y方向的分量的大小，*t*表示横梁与足球相互作用的时间，*m*表示足球的质量，有

 （1）

 （2）

式中、、和分别是碰前和碰后球心速度在坐标系Oxy中的分量的大小.根据摩擦定律有

 （3）

由（1）、（2）、（3）式得

 （4）

根据恢复系数的定义有

 （5）

因

 （6）

 （7）

由（4）、（5）、（6）、（7）各式得

 （8）

由图可知

 （9）

若足球被球门横梁反弹后落在球门线内，则应有

 （10）

在临界情况下，若足球被反弹后刚好落在球门线上，这时.由（9）式得

 （11）

因足球是沿水平方向射到横梁上的，故，有

 （12）

这就是足球反弹后落在球门线上时入射点位置所满足的方程.解（12）式得

 （13）

代入有关数据得

 （14）

即

 （15）

现要求球落在球门线内，故要求

*θ*≥58° （16）

评分标准：本题22分，其中（1）、（2）式各2分，（3）式3分，（5）式2分，（12）式9分，（13）、（14）、（15）式共3分，（16）式1分。

四、参考解答

（1）当阀门F关闭时，设封闭在M和B中的氢气的摩尔数为*n*1，当B处的温度为*T* 时，压力表显示的压强为 *p*，由理想气体状态方程，可知B和M中氢气的摩尔数分别为

 （1）

 （2）

式中*R*为普适气体恒量.因

 （3）

解（1）、（2）、（3）式得

＝－ （4）

或

 （5）

（4）式表明，与成线性关系，式中的系数与仪器结构有关.在理论上至少要测得两个已知温度下的压强，作对的图线，就可求出系数. 由于题中己给出室温*T*0时的压强*p*0，故至少还要测定另一己知温度下的压强，才能定量确定*T*与*p*之间的关系式.

（2）若蒸气压温度计测量上限温度时有氢气液化，则当B处的温度时，B、M 和E中气态氢的总摩尔数应小于充入氢气的摩尔数.由理想气体状态方程可知充入氢气的总摩尔数

 （6）

假定液态氢上方的气态氢仍可视为理想气体，则B中气态氢的摩尔数为

 （7）

在（7）式中，已忽略了B中液态氢所占的微小体积.由于蒸气压温度计的其它都分仍处在室温中，其中氢气的摩尔数为

 （8）

根据要求有

 （9）

解（6）、（7）、（8）、（9）各式得

 （10）

代入有关数据得

*V*M＋*V*E≥18*V*B （11）

（3）在室温下充入B、M、E的氢气的压强为*p*0，体积为*V*B*+V*M+*V*E，当压强为*p*1=1.04×105Pa时，由玻意耳定律，这些氢气在室温下的体积为

 （12）

由（11）式，取，代入有关数据得

 （13）

当这些氢气全都液化成液态氢时，由题意，其体积为

*V*L＝*V*＝0.12*V*B （14）

由此可知，液态氢不会溢出测温泡B.

评分标准：本题20分.

第1问8分，其中（1）式、（2）式、（3）式各1分，（4）式或（5）式4分，指出至少还要测得一个已知温度下的压强给1分．

第2问8分，其中（6）式、（7）式、（8）式各1分，（9）式2分，（10）式、（11）式共3分．

第3问4分，其中（12）式2分，（13）式、（14）式各l分．

五、答案与评分标准：

1．＝2－＝0.59（3分），2（2分）

2．如图（15分，代表电流的每一线段3分，其中线段端点的横坐标占1分，线段的长度占1分，线段的纵坐标占1分）

1

2

3

4

*x/s*

*I/nev*

O

1

2

3

4

-1

-2

-3

-4

0.83

1.17

2.00

2.83

4.00

六、参考解答

如果电流有衰减，意味着线圈有电阻，设其电阻为*R*，则在一年时间内电流通过线圈因发热而损失的能量为

 （1）

以**表示铅的电阻率，*S*表示铅丝的横截面积，*l* 表示铅丝的长度，则有

（2）

电流是铅丝中导电电子定向运动形成的，设导电电子的平均速率为*v*，根据电流的定义有

（3）

所谓在持续一年的时间内没有观测到电流的变化，并不等于电流一定没有变化，但这变化不会超过电流检测仪器的精度*I*，即电流变化的上限为.由于导电电子的数密度是不变的，电流的变小是电子平均速率变小的结果，一年内平均速率由*v*变为 *v*-*v*，对应的电流变化

 （4）

导电电子平均速率的变小，使导电电子的平均动能减少，铅丝中所有导电电子减少的平均动能为



 （5）

由于*I<<I，*所以*v<<v，*式中*v*的平方项已被略去.由（3）式解出 *v*，（4）式解出 *v*，代入（5）式得

 （6）

铅丝中所有导电电子减少的平均动能就是一年内因发热而损失的能量，即

 （7）

由（1）、（2）、（6）、（7）式解得

 （8）

式中

 （9）

在（8）式中代入有关数据得

 （10）

所以电阻率为0的结论在这一实验中只能认定到

*ρ*≤1.4×10-26Ω·m （11）

评分标准：本题22分.

（1）式、（3）式、（4）式各2分，（5）式10分，（7）式2分，（10）式3分，结论（11）式l分.

七、参考解答：

按照斯特藩-玻尔兹曼定律，在单位时间内太阳表面单位面积向外发射的能量为

 （1）

其中为斯特藩-玻尔兹曼常量，*T*s为太阳表面的绝对温度.若太阳的半径为*R*s，则单位时间内整个太阳表面向外辐射的能量为

 （2）

单位时间内通过以太阳为中心的任意一个球面的能量都是.设太阳到地球的距离为*r*se，考虑到地球周围大气的吸收，地面附近半径为的透镜接收到的太阳辐射的能量为

 （3）

薄凸透镜将把这些能量会聚到置于其后焦面上的薄圆盘上，并被薄圆盘全部吸收.

另一方面，因为薄圆盘也向外辐射能量.设圆盘的半径为，温度为，注意到簿圆盘有两亇表面，故圆盘在单位时间内辐射的能量为

 （4）

显然，当

 （5）

即圆盘单位时间内接收到的能量与单位时间内辐射的能量相等时，圆盘达到稳定状态，其温度达到最高.由（1）、（2）、（3）、（4）、（5）各式得

 （6）

依题意，薄圆盘半径为太阳的像的半径的2倍，即.由透镜成像公式知

 （7）

于是有

 （8）

把（8）式代入（6）式得

 （9）

代入已知数据，注意到K，

*T*D＝1.4×103K （10）

即有

*t*D＝*T*D－273.15＝1.1×103℃ （11）

评分标准：本题20分.

（2）式、（3）式各2分，（4）式3分，（5）式、（6）式共3分，（7）式、（8）式共7分，（10）式2分，（11）式1分.

八、参考解答：

（1）根据爱因斯坦质能关系，3H和3He的结合能差为

 （1）

代入数据，可得

Δ*E*＝0.763MeV （2）

（2）3He的两个质子之间有库仑排斥能，而3H没有.所以3H与3He的结合能差主要来自它们的库仑能差.依题意，质子的半径为，则3He核中两个质子间的库仑排斥能为

 （3）

若这个库仑能等于上述结合能差，，则有

 （4）

代入数据，可得

*r*N＝0.944fm （5）

（3）粗略地说，原子核中每个核子占据的空间体积是 .根据这个简单的模型，核子数为*A*的原子核的体积近似为

 （6）

另一方面，当较大时，有

 （7）

由（6）式和（7）式可得*R*和*A*的关系为

*R*＝＝*r*0*A*1/3 （8）

其中系数

*r*0＝（）1/3*r*N （9）

把（5）式代入（9）式得

fm （10）

由（8）式和（10）式可以算出的半径

*R*pb＝6.93fm （11）

评分标准：本题20分.

第1问4分，其中（1）式、（2）式各2分.

第2问8分，其中（3）式、（4）式各3分，（5）式2分.

第3问8分，其中（6）式2分，（8）式3分，（10）式l分，（11）式2分（答6.94的同样给分）．