# 第十七届全国中学生物理竞赛

# 复 赛 试 题

全卷共六题，总分140分

一、（20分）

在一大水银槽中竖直插有一根玻璃管，管上端封闭，下端开口。已知槽中水银液面以上的那部分玻璃管的长度*l*＝76cm，管内封闭有*n*＝1.0×10-3mol的空气，保持水银槽与玻璃管都不动而设法使玻璃管内空气的温度缓慢地降低10℃，问在此过程中管内空气放出的热量为多少？已知管外大气的压强为76cm汞柱高，每摩尔空气的内能*U*＝*C*V*T*，其中*T*为绝对温度，常量*C*V＝20.5J·(mol·K)-1，普适气体常量*R*＝8.31J·(mol·K)-1。

二、（20分）

如图所示，在真空中有一个折射率为*n*（*n*＞*n*0，*n*0为真空的折射率）、半径为*r*的质地均匀的小球。频率为*ν*的细激光束在真空中沿直线BC传播，直线BC与小球球心O的距离为*l*（*l*＜*r）*，光束于小球体表面的C点经折射进入小球（小球成为光传播的介质），并于小球表面的D点又经折射进入真空。设激光束的频率在上述两次折射后保持不变。求在两次折射过程中激光束中一个光子对小球作用的平均力的大小。

三、（25分）

1995年，美国费米国家实验室CDF实验组和DO实验组在质子反质子对撞机TEVATRON的实验中，观察到了顶夸克，测得它的静止质量*m*1＝1.75×1011eV/c2＝3.1×10-25kg，寿命*τ*＝0.4×10-24s，这是近十几年来粒子物理研究最重要的实验进展之一。

1．正、反顶夸克之间的强相互作用势能可写为*U*（*r*）＝－*k*，式中*r*是正、反顶夸克之间的距离，*a*S＝0.12是强相互作用耦合常数，*k*是与单位制有关的常数，在国际单位制中*k*＝0.319×10-25J·m。为估算正、反顶夸克能否构成一个处在束缚状态的系统，可把束缚状态设想为正反顶夸克在彼此间的吸引力作用下绕它们连线的中点做匀速圆周运动。如能构成束缚态，试用玻尔理论确定系统处于基态中正、反顶夸克之间的距离*r*0。已知处于束缚态的正、反夸克粒子满足量子化条件，即

2*mv*（）＝*n* *n*＝1，2，3……

式中*mv*（）为一个粒子的动量*mv*与其轨道半径的乘积，*n*为量子数，*h*＝6.63×10-34J·s为普朗克常量。

2．试求正、反顶夸克在上述设想的基态中做匀速圆周运动的周期*T*。你认为正、反顶夸克的这种束缚态能存在吗？

四、（25分）

宇宙飞行器和小行星都绕太阳在同一平面内做圆周运动，飞行器的质量比小行星的质量小得很多，飞行器的速率为*v*0，小行星的轨道半径为飞行器轨道半径的6倍。有人企图借助飞行器与小行星的碰撞使飞行器飞出太阳系，于是他便设计了如下方案：Ⅰ．当飞行器在其圆周轨道的适当位置时，突然点燃飞行器上的喷气发动机，经过极短时间后立即关闭发动机，以使飞行器获得所需的速度，沿圆周轨道的切线方向离开圆轨道；Ⅱ．飞行器到达小行星的轨道时正好位于小行星的前缘，速度的方向和小行星在该处速度的方向相同，正好可被小行星碰撞；Ⅲ．小行星与飞行器的碰撞是弹性正碰，不计燃烧的燃料质量。

1．试通过计算证明按上述方案能使飞行器飞出太阳系；

2．设在上述方案中，飞行器从发动机取得的能量为*E*1。如果不采取上述方案而是令飞行器在圆轨道上突然点燃喷气发动机，经过极短时间后立即关闭发动机，以使飞行器获得足够的速度沿圆轨道切线方向离开圆轨道后能直接飞出太阳系。采用这种办法时，飞行器从发动机取得的能量的最小值用*E*2表示，问为多少？

五、（25分）

在真空中建立一坐标系，以水平向右为*x*轴正方向，竖直向下为*y*轴正方向，*z*轴垂直纸面向里（如图）。在0≤*y*≤*L*的区域内有匀强磁场，*L*＝0.80m，磁场的磁感强度的方向沿*z*轴的正方向，其大小*B*＝0.10T。今把一荷质比*q*/*m*＝50C·kg-1的带正电质点在*x*＝0，*y*＝－0.20m，*z*＝0处静止释放，将带电质点过原点的时刻定为*t*＝0时刻，求带电质点在磁场中任一时刻*t*的位置坐标。并求它刚离开磁场时的位置和速度。取重力加速度*g*＝10m/s2。

六、（25分）

普通光纤是一种可传输光的圆柱形细丝，由具有圆形截面的纤芯A和包层B组成，B的折射率小于A的折射率，光纤的端面和圆柱体的轴垂直，由一端面射入的光在很长的光纤中传播时，在纤芯A和包层B的分界面上发生多次全反射。现在利用普通光纤测量流体F的折射率。实验方法如下：让光纤的一端（出射端）浸在流体F中。令与光纤轴平行的单色平行光束经凸透镜折射后会聚光纤入射端面的中心O，经端面折射进入光纤，在光纤中传播。由点O出发的光束为圆锥形，已知其边缘光线和轴的夹角为*α*0，如图1所示。最后光从另一端面出射进入流体F。在距出射端面*h*1处放置一垂直于光纤轴的毛玻璃屏D，在D上出现一圆形光斑，测出其直径为*d*1，然后移动光屏D至距光纤出射端面*h*2处，再测出圆形光斑的直径*d*2，如图2所示。

1．若已知A和B的折射率分别为*n*A与*n*B，求被测流体F的折射率*n*F的表达式。

2．若*n*A、*n*B和*α*0均为未知量，如何通过进一步的实验以测出*n*F的值？

# 第十七届全国中学生物理竞赛复赛题参考解答

一、参考解答

设玻璃管内空气柱的长度为，大气压强为，管内空气的压强为，水银密度为，重力加速度为，由图复解17-1-1可知
  （1）

根据题给的数据，可知，得
 （2）

若玻璃管的横截面积为，则管内空气的体积为

 （3）
由（2）、（3）式得
  （4）
即管内空气的压强与其体积成正比，由克拉珀龙方程得
  （5）
由（5）式可知，随着温度降低，管内空气的体积变小，根据（4）式可知管内空气的压强也变小，压强随体积的变化关系为图上过原点的直线，如图复解17-1-2所示。在管内气体的温度由降到的过程中，气体的体积由变到，体积缩小，外界对气体做正功，功的数值可用图中划有斜线的梯形面积来表示，即有

 （6）

管内空气内能的变化

  （7）

设为外界传给气体的热量，则由热力学第一定律，有

  （8）

由（5）、（6）、（7）、（8）式代入得

  （9）

代入有关数据得

 

表示管内空气放出热量，故空气放出的热量为

  （10）

评分标准：本题20分

（1）式1分，（4）式5分，（6）式7分，（7）式1分，（8）式2分，（9）式1分，（10）式3分。

二、参考解答

在由直线与小球球心所确定的平面中，激光光束两次折射的光路如图复解17-2所示，图中入射光线与出射光线的延长线交于，按照光的折射定律有

  （1）

式中与分别是相应的入射角和折射角，由几何关系还可知

  （2）

激光光束经两次折射，频率保持不变，故在两次折射前后，光束中一个光子的动量的大小和相等，即

  （3）

式中为真空中的光速，为普朗克常量。因射入小球的光束中光子的动量沿方向，射出小球的光束中光子的动量沿方向，光子动量的方向由于光束的折射而偏转了一个角度，由图中几何关系可知

  （4）

若取线段的长度正比于光子动量，的长度正比于光子动量，则线段的长度正比于光子动量的改变量，由几何关系得

  （5）

为等腰三角形，其底边上的高与平行，故光子动量的改变量的方向沿垂直的方向，且由指向球心。

光子与小球作用的时间可认为是光束在小球内的传播时间，即

  （6）

式中是光在小球内的传播速率。

按照牛顿第二定律，光子所受小球的平均作用力的大小为

  （7）

按照牛顿第三定律，光子对小球的平均作用力大小，即

  （8）

力的方向由点指向点。由（1）、（2）、（4）及（8）式，经过三角函数关系运算，最后可得

  （9）

评分标准：本题20分

（1）式1分，（5）式8分，（6）式4分，（8）式3分，得到（9）式再给4分。

三、参考解答

1。相距为的电量为与的两点电荷之间的库仑力与电势能公式为

   （1）

现在已知正反顶夸克之间的强相互作用势能为

 

根据直接类比可知，正反顶夸克之间的强相互作用力为

  （2）

设正反顶夸克绕其连线的中点做匀速圆周运动的速率为，因二者相距，二者所受的向心力均为，二者的运动方程均为

  （3）

由题给的量子化条件，粒子处于基态时，取量子数，得

  （4）

由（3）、（4）两式解得

  （5）

代入数值得

  （6）

2. 由（3）与（4）两式得

  （7）

由和可算出正反顶夸克做匀速圆周运动的周期

  （8）

代入数值得

  （9）

由此可得  （10）

因正反顶夸克的寿命只有它们组成的束缚系统的周期的1／5，故正反顶夸克的束缚态通常是不存在的。

评分标准：本题25分

1. 15分。（2）式4分，（5）式9分，求得（6）式再给2分。

2. 10分。（8）式3分。（9）式1分，正确求得（10）式并由此指出正反顶夸克不能形成束缚态给6分。

四、参考解答

1。设太阳的质量为，飞行器的质量为，飞行器绕太阳做圆周运动的轨道半径为。根据所设计的方案，可知飞行器是从其原来的圆轨道上某处出发，沿着半个椭圆轨道到达小行星轨道上的，该椭圆既与飞行器原来的圆轨道相切，又与小行星的圆轨道相切。要使飞行器沿此椭圆轨道运动，应点燃发动机使飞行器的速度在极短的时间内，由变为某一值。设飞行器沿椭圆轨道到达小行星轨道时的速度为，因大小为和的这两个速度的方向都与椭圆的长轴垂直，由开普勒第二定律可得

  （1）

由能量关系，有

  （2）

由牛顿万有引力定律，有

 

或

  （3）

解（1）、（2）、（3）三式得

  （4）

  （5）

设小行星绕太阳运动的速度为，小行星的质量，由牛顿万有引力定律

 

得  （6）

可以看出  （7）

由此可见，只要选择好飞行器在圆轨道上合适的位置离开圆轨道，使得它到达小行星轨道处时，小行星的前缘也正好运动到该处，则飞行器就能被小行星撞击。可以把小行星看做是相对静止的，飞行器以相对速度为射向小行星，由于小行星的质量比飞行器的质量大得多，碰撞后，飞行器以同样的速率弹回，即碰撞后，飞行器相对小行星的速度的大小为，方向与小行星的速度的方向相同，故飞行器相对太阳的速度为

 

或将（5）、（6）式代入得

  （8）

如果飞行器能从小行星的轨道上直接飞出太阳系，它应具有的最小速度为，则有

 

得

  （9）

可以看出

  （10）

飞行器被小行星撞击后具有的速度足以保证它能飞出太阳系。

2. 为使飞行器能进入椭圆轨道，发动机应使飞行器的速度由增加到，飞行器从发动机取得的能量

  （11）

若飞行器从其圆周轨道上直接飞出太阳系，飞行器应具有的最小速度为，则有

 

由此得

  （12）

飞行器的速度由增加到，应从发动机获取的能量为

 （13）

所以

 （14）

评分标准：本题25分

1. 18分。其中（5）式6分，求得（6）式，说明飞行器能被小行星碰撞给3分；（8）式5分；得到（10）式，说明飞行器被小行星碰撞后能飞出太阳系给4分。

2. 7分。其中（11）式3分，（13）式3分，求得（14）式再给1分。

五、参考解答

解法一：

带电质点静止释放时，受重力作用做自由落体运动，当它到达坐标原点时，速度为

 （1）

方向竖直向下。带电质点进入磁场后，除受重力作用外，还受到洛伦兹力作用，质点速度的大小和方向都将变化，洛伦兹力的大小和方向亦随之变化。我们可以设想，在带电质点到达原点时，给质点附加上沿轴正方向和负方向两个大小都是的初速度，由于这两个方向相反的速度的合速度为零，因而不影响带电质点以后的运动。在时刻，带电质点因具有沿轴正方向的初速度而受洛伦兹力的作用。

  （2）

其方向与重力的方向相反。适当选择的大小，使等于重力，即

  （3）

  (4)

只要带电质点保持（4）式决定的沿轴正方向运动，与重力的合力永远等于零。但此时，位于坐标原点的带电质点还具有竖直向下的速度和沿轴负方向的速度，二者的合成速度大小为

  （5）

方向指向左下方，设它与轴的负方向的夹角为，如图复解17-5-1所示，则

 

  （6）

因而带电质点从时刻起的运动可以看做是速率为，沿轴的正方向的匀速直线运动和在平面内速率为的匀速圆周运动的合成。圆周半径

  （7）

带电质点进入磁场瞬间所对应的圆周运动的圆心位于垂直于质点此时速度的直线上，由图复解17-5-1可知，其坐标为

  （8）

圆周运动的角速度

  （9）

由图复解17-5-1可知，在带电质点离开磁场区域前的任何时刻，质点位置的坐标为

  （10）

  （11）

式中、、、、、已分别由（4）、（7）、（9）、（6）、（8）各式给出。

带电质点到达磁场区域下边界时，，代入（11）式，再代入有关数值，解得

  （12）

将（12）式代入（10）式，再代入有关数值得

  （13）

所以带电质点离开磁场下边界时的位置的坐标为

    （14）

带电质点在磁场内的运动可分解成一个速率为的匀速圆周运动和一个速率为的沿轴正方向的匀速直线运动，任何时刻，带电质点的速度便是匀速圆周运动速度与匀速直线运动的速度的合速度。若圆周运动的速度在方向和方向的分量为、，则质点合速度在方向和方向的分速度分别为

 （15）

  （16）

虽然，由（5）式决定，其大小是恒定不变的，由（4）式决定，也是恒定不变的，但在质点运动过程中因的方向不断变化，它在方向和方向的分量和都随时间变化，因此和也随时间变化，取决于所考察时刻质点做圆周运动速度的方向，由于圆周运动的圆心的坐标恰为磁场区域宽度的一半，由对称性可知，带电质点离开磁场下边缘时，圆周运动的速度方向应指向右下方，与轴正方向夹角，故代入数值得

 

 

将以上两式及（5）式代入（15）、（16）式，便得带电质点刚离开磁场区域时的速度分量，它们分别为

  （17）

  （18）

速度大小为

  （19）

设的方向与轴的夹角为，如图复解17-5-2所示，则

 

得  （20）

评分标准：本题25分

（4）式5分，求得（5）、（6）式各给3分，求得（10）、（11）式各给2分，（14）式3分，（19）式5分，求得（20）式再给2分。

解法二：

若以带电质点到达坐标原点的时刻作为起始时刻（），则质点的初速度为

  （1′）

方向沿轴正方向。进入磁场区后，带电质点将受到洛伦兹力作用，洛伦兹力在方向的分力取决于质点在方向的分速度，因此质点动量在方向的分量的增量为

 （2′）

是带电质点在时间内沿方向的位移，质点在磁场中运动的整个过程中，此式对每一段时间都成立，所以在到时间内方向的动量的改变为

 

因初始时刻（），带电质点在轴方向的动量为零，其位置在原点，，因而得

 

即  （3′）

 当带电质点具有方向的速度后，便立即受到沿负方向的洛伦兹力的作用。根据牛顿第二定律，在方向上有加速度

  （4′）

将（3′）式代入（4′）式，得

  （5′）

令  （6′）

式中

  （7′）

即在方向作用于带电质点的合力

 

其中 

是准弹性力，在作用下，带电质点在方向的运动是简谐振动，振动的圆频率

  （8′）

随时间变化的规律为

  （9′）

或

  （10′）

与是待求的常量，质点的简谐运动可以用参考圆来描写，以所考察的简谐运动的振幅为半径作一圆，过圆心作一直角坐标。若有一质点沿此圆周做匀速率圆周运动，运动的角速度等于所考察简谐运动的角频率，且按逆时针方向转动，在时刻，点的在圆周上的位置恰使连线与轴的夹角等于（9′）式中的常量，则在任意时刻，与的连线与轴的夹角等于，于是连线在轴上的投影即为（9′）式所示的简谐振动，将轴平行下移，连线在轴的投影即如（10′）式所示（参看图复解17-5-3），点做圆周运动的速度大小，方向与垂直，速度的分量就是带电质点沿轴做简谐运动的速度，即

  （11′）

（10′）和（11′）两式中的和可由下面的方法求得：因为已知在时，带电质点位于处，速度，把这个条件代入（10′）式与（11′）式得

 

 

解上面两式，结合(1′)、(8′)式，注意到振幅总是正的，故得
  (12′)

  (13′)

把（10′）式代入(3′)式，便得带电质点沿轴运动的速度

  (14′)

（14′）式表示带电质点在方向上的速度是由两个速度合成的，即沿方向的匀速运动速度和方向的简谐振动速度的合成，带电质点沿方向的匀速运动的位移

  （15′）

由沿方向的简谐振动速度可知，沿方向振动位移的振幅等于速度的最大值与角频率的比值（参看图复解17-5-3），即等于。由参考圆方法可知，沿方向的振动的位移具有如下的形式

 

它可能是，亦可能是。在本题中，时刻，应为零，故前一表示式不符合题意。后一表示式中，应取的值为，故有

  （16′）

带电质点在方向的合位移，由（15′）、（16′）式，得

 （17′）

（17′）、（10′）、（14′）和（11′）式分别给出了带电质点在离开磁场区域前任何时刻的位置坐标和速度的分量和分量，式中常量、、、已分别由（8′）、（13′）、（12′）和（7′）式给出。
 当带电质点达到磁场的下边界时，

 （18′）

将与（10′）式有关的数据代入（10′）式，可解得

 （19′）

代入（17′）式，得

 （20′）

将（19′）式分别代入（14′）式与（11′）式，得

  

速度大小为

  （21′）

速度方向为

  （22′）

评分标准：本题25分

（7′）式2分，（8′）式3分，（10′）式2分，（11′）式2分，（12′）式3分，（13′）式3分，（14′）式2分，（17′）式3分，（20′）式3分，（21′）式1分，（22′）式1分。

六、参考解答

1。由于光纤内所有光线都从轴上的点出发，在光纤中传播的光线都与轴相交，位于通过轴的纵剖面内，图复解17-6-1为纵剖面内的光路图，设由点发出的与轴的夹角为的光线，射至、分界面的入射角为，反射角也为。该光线在光纤中多次反射时的入射角均为，射至出射端面时的入射角为。若该光线折射后的折射角为，则由几何关系和折射定律可得

  （1）

  （2）

当大于全反射临界角时将发生全反射，没有光能损失，相应的光线将以不变的光强射向出射端面，而的光线则因在发生反射时有部分光线通过折射进入，反射光强随着反射次数的增大而越来越弱，以致在未到达出射端面之前就已经衰减为零了。因而能射向出射端面的光线的的数值一定大于或等于，的值由下式决定

 （3）

与对应的值为

 （4）

当时，即时，或时，由发出的光束中，只有的光线才满足的条件，才能射向端面，此时出射端面处的最大值为

 （5）

若，即时，则由发出的光线都能满足的条件，因而都能射向端面，此时出射端面处的最大值为

 （6）

端面处入射角最大时，折射角也达最大值，设为，由（2）式可知

 （7）

由（6）、（7）式可得，当时

 （8）

由（3）至（7）式可得，当时

 （9）

的数值可由图复解17-6-2上的几何关系求得

 （10）

于是的表达式应为

  （） （11）

  （） （12）

2. 可将输出端介质改为空气，光源保持不变，按同样手续再做一次测量，可测得、、、，这里打撇的量与前面未打撇的量意义相同。已知空气的折射率等于1，故有

当时  （13）

当时  （14）

将（11）、（12）两式分别与（13）、（14）相除，均得

  （15）

这结果适用于为任何值的情况。

评分标准：本题25分

1. 18分。（8）式、（9）式各6分，求得（11）式、（12）式再各给3分

2. 7分。（13）式、（14）式各2分，求得（15）式再给3分。如果利用已知其折射率的液体代替空气，结果正确，照样给分。