# 第十三届全国中学生物理竞赛复赛题

全卷共六题，总分为140分。

## 一、（20分）

如图所示，有一匀质细导线弯成的半径为*a*的圆线圈和一内接等边三角形的电阻丝组成的电路（电路中各段的电阻值见图）。在圆线圈平面内有垂直纸面向里的均匀磁场，磁感应强度*B*随时间*t*均匀减小，其变化率的大小为一已知常量*k*。已知2*r*1＝3*r*2。试求图中A、B两点的电势差*U*AB。

【解答】

在各段电路上，感应电流的大小和方向如图复解13 - 1所示电流的分布，已考虑到电路的对称性，根据法拉第电磁感应定律和欧姆定律，对半径为α的圆电路，可得

 πk = 2+ 

对等边三角形三个边组成的电路，可得

3k / 4 = 2+ 2

对由弦AB和弧AB构成的回路，可得

（π-3/ 4）k / 3 = - 

考虑到，流进B点的电流之和等于流出B点电流之和，有

 +  = + 

由含源电路欧姆定律可得

-  = πk /3 - 

由以上各式及题给出的 = 2 / 3可解得

*U*AB＝－

## 二、（20分）

长度为4毫米的物体AB由如图所示的光学系统成像。光学系统由一个直角棱镜、一个会聚透镜和一个发散透镜组成，各有关参数和几何尺寸均标示于图上。求：

（1）像的位置；

（2）像的大小，并作图说明是实像还是虚像，是正立还是倒立的。



【解答】

**解法一**：1、分析和等效处理

根据棱镜玻璃的折射率，棱镜斜面上的全反射临界角为= arcsin ( 1 / n ) 

注意到物长为4mm，由光路可估算，进入棱镜的近轴光线在斜面上的入射角大多在左右，大于临界角，发生全反射。所以对这些光线而言，棱镜斜面可看成是反射镜。本题光路可按反射镜成像的考虑方法，把光路“拉直”如图复解13 – 2 - 1所示。现在，问题转化为正立物体经过一块垂直于光轴、厚度为6cm的平玻璃板及其后的会聚透镜、发散透镜成像的问题。

2、求像的位置；厚平玻璃板将使物的近轴光线产生一个向右侧移动一定距离的像，它成为光学系统后面部分光路的物，故可称为侧移的物。利用沿光轴的光线和与光轴成α角的光线来讨论就可求出这个移动的距离。

设轴上的物点为B。由于厚平玻璃板的作用（即侧移的物点）为B′（如图复解13 – 2 - 2所示）。画出厚平玻璃板对光线的折射，由图可知 Δl = d（ctgα）

而 d = D（tgα- tgβ）

所以 Δl = D（1 – tgα/ tgβ）

当α为小角度时 tgβ/ tgα≈sinβ/ sinα= 1/n

故得 Δl = D（1 – 1 / n）= 2 cm

这也就是物AB与它通过厚玻璃板所成的像之间的距离。这个像对透镜来说就是物，而物距

 =〔 （6 – 2 ）+ 6 + 10 〕cm = 20 cm

可见，物正好在的左方焦平面上，像距即为= ∞ 。

再考虑透镜，这是平行光线入射情形，= ∞ 。

所以必须成像于这个发散透镜左侧的焦平面上（虚像） =  = - 10 cm

整个光路的最后成像位置就是在L2的左侧10cm处。

3、求像的大小和虚、实、正、倒情况：可用作图法求解，如图复解13 – 2 - 3所示（为了图示清楚图中把物高加大了）。 连接并延长，便得到发自的光线经后的平行光线的方向。过的光心作的平行线，它与交于C点，则C即为从发出经过折射后又通过光心的光线。反向延长C与左侧焦平面的交点就是由与所成的像点。 令左侧焦面与光轴的交点为。就是的像，这是一个正立的虚像。由图可得

 =  tgγ

 = tgγ

而与AB等高，所以像的大小为

 = （ / ）= 2mm

**解法二**：关于物体AB经棱镜（折射，反射，折射）后，所成像的位置及大小可采用视深法处理。如图复解13 – 2 - 4所示，AB发出的、与PQ面近乎垂直的小光束经PQ面折射后成像于这是视深问题。、与PQ面的距离均为A、B与PQ面的距离的n倍，即

 = n = （像与物的大小相同）

经PR面的反射成像于，大小不变，且

 经QR面后折射成像于，大小不变，且

 = 

=（6 / 1. 5 + 6）cm = 10 cm

由此即可求出这个像作为透镜的物的物距，其它部分的求解同解法（一）。

## 三、（25分）

如图所示，四个质量均为*m*的质点，用同样长度且不可伸长的轻绳联结成菱形ABCD。静止放在水平光滑的桌面上。若突然给质点A一个历时极短沿CA方向的冲击，当冲击结束的时刻，质点A的速度为*v*，其它质点也获得一定速度，∠BAD＝2*α*（*α*＜）。求此质点系统受冲击后所具有的总动量和总能量。

【解答】

由对称性可知，C点的速度也必沿CA方向，设其大小为。D的速度可以分解为平行于v和垂直于v的分速度，其大小分别设为。同样，B的速度也类似地分解为平行和垂直于v的二个分速度 ，其大小设为 ，如图复解13 - 3所示，根据对称性，必有

****   

由于绳子不可伸长，A沿DA的分速度和D沿DA的分速度 一定相等，C沿CD的分速度和D沿CD的分速度也相等，即

 

另一方面，设绳子AD给质点D的冲量的大小为，绳子DC给质点C冲量大小为。注意到绳子DC给质点D的冲量的大小同样也是（各冲量的方向均沿绳子方向）。由对称性还可以判定，绳子AB给质点B的冲量的大小也是，绳子BC给质点B和C的冲量的大小都是，根据动量定理，可分别列出关于质点D平行和垂直于v的方向以及质点C平行于v方向的关系式如下：

 

由（3）~（7）式可解出本题所需的 、



据此结果和（1）、（2）式，此系统的总动量为

*p*＝*mv*＋*2mv*D1＋*mv*C＝，方向沿CA方向。

此系统的总动能为

*E*＝*E*A＋*E*B＋*E*C＋*E*D＝*m*（*v*2＋2*v*D12＋2*v*D22＋*v*C2）＝

## 四、（25分）

在一个半径为*R*的导体球外，有一个半径为*r*的细圆环，圆环的圆心与导体球心的连线长为*a*（*a*＞*R*），且与环面垂直，如图所示。已知环上均匀带电，总电量为*q*，试问：

（1）当导体球接地时，球上感应电荷总电量是多少？

（2）当导体球不接地而所带总电量为零时，它的电势如何？

（3）当导体球的电势为*φ*0时，球上总电荷又是多少？

（4）情况3与情况1相比，圆环受导体球的作用力改变量的大小和方向如何？

（5）情况2与情况1相比，圆环受导体球的作用力改变量的大小和方向如何？

【注】已知：装置不变时，不同的静电平衡带电状态可以叠加，叠加后仍为静电平衡状态。

【解答】

1、见图复解13 – 4。导体是一个等势体，所以导体球接地（= 0 ）时，对于球心点有

 =  = 0 （1）

另一方面，可以直接计算球心点的电势。因为所有感应电荷都分布在球面上，它们到球心的距离都是R，而圆环上电荷到球心的距离都是，所以

= K/ R + Kq /  （2）

式中*q*感就是要求的感应电荷总量。由（1）、（2）两式即得

*q*感＝－*q* （3）

2、导体球不接地时，其电势可通过对球心的电势计算而求得：

= = K/ R + K q （4）

式中表示分布在球面上所有电荷的代数和，而导体球体内是不会有电荷分布的。由于题给导体球为电中性，即= 0，所以由（4）式得

*φ*球＝ （5）

3、导体球的电势为*φ*0时，再以球心点考虑：

*φ*球心＝φ球＝*φ*0 （6）

而另一方面，球心的电势是球面上电荷和圆环上电荷分别产生的电势的迭加：

*φ*球心＝＋ （7）

导体球的总电荷就是球面上的电荷总量，由（6）、（7）两式解得

*q*总＝*q*面＝－ （8）

4、对比（8）式和（3）式可知，情况3 比情况 1 只是在导体球上多了电荷R/ K，而导体球的电势相应地由零变为。可以设想从情况 1 出发，把导体球与地断开而维持原来的大小及分布不变，再把电荷 R/ K均匀地加到球面上，正是它使球的电势变为，即成为情况3。对于球外的圆环来说，这些加上的电荷对它的作用力相当于集中在球心处的等量点电荷对它的作用力，这也就是圆环受到的作用力。

由于圆环上的电荷均匀发布，对圆环中心到球心的连线具有轴对称性，把圆环上各线元电荷受到上述等效点电荷的作用力沿二心连线方向的分量相加，就是圆环多受到的作用力。所以，其方向是沿二心向外（图中向右）。大小是

*F*＝k＝ （9）

5、可直接应用情况4的结果，只是现在把（9）式中的用情况2中的值，即将（5）式代入即可。所以，情况2比情况1圆环多受的力方向仍为沿二心连线向外（图中向右），大小是

*F*ʹ＝



## 五、

有一个用伸缩性极小且不漏气的布料制作的气球（布的质量可忽略不计），直径为*d*＝2.0m。球内充有压强*p*0＝1.005×105Pa的气体。该布料所能承受的最大不被撕破力为*f*m＝8.5×103N/m（即对于一块展平的1米宽的布料，沿布面而垂直于布料宽度方向所施加的力超过8.5×103N时，布料将被撕破）。开始时，气球被置于地面上，该处的大气压强为*p*a0＝1.000×105Pa，温度*T*0＝293K。假设空气的压强和温度均随高度而线性地变化，压强的变化为αp＝－9.0Pa/m，温度的变化为*α*T＝－3.0×10-3K/m，问该气球上升到多高时将破裂？

假设气球上升很缓慢，可认为球内温度随时与周围空气的温度保持一致。在考虑气球破裂时，可忽略气球周围各处和底部之间空气压强的差别。

【解答】

当气球充满气体而球内压强大于球外时，布料即被绷紧，布料各部分之间产生张力，正是这种张力可能使布料被撕裂。设想把气球分成上下两个半球，它们的交线是一个直径为d的圆周，周长为πd，所以要从这条交线处撕破气球，至少需要的张力为，另一方面，考虑上半球（包括半球内的气体）受力的情况，它受到三个力作用：

1、下半球的球面布料所施加的张力F；

2、上半球外空气对它的压力的合力，其大小为，是气球所在高度处的大气压强；

3、下半球内气体对它的压力为，式中p为气球内气体的压强。忽略浮力时，上述三力相互平衡，即

 =  + F

而当F ＞时，布料即被撕裂，所以，气球破裂的条件是

＞ （1）

设气球破裂发生在高度h处，则

 （2）

而该处温度  （3）

这个温度也就是破裂时气球内气体的温度。又因为气球在上升过程中球内气体是等容变化，所以有 p / T = 

即 p =  （4）

（2）、（4）和（3）式代入（1）式，得

h ＞

即所球上升到2.1×103m高度以上就将破裂。

## 六、

有七个外形完全一样的电阻，已知其中六个的阻值相同，另一个的阻值不同。请按照下面提供的器材和操作限制，将那个阻值不同的电阻找出，并指出它的阻值是偏大还是偏小，同时要求画出所用电路图，并对每步判断的根据予以论证。

提供的器材有：①电池。②一个仅能用来判断电流方向的电流表（量程足够），它的零刻度在刻度盘的中央，而且已知当指针向右偏时电流是由哪个接线柱流入电流表的。③导线若干。

操作限制：全部过程中电流表的使用不得超过三次。

【解答】

判断所用电路如图所示。a、b、c、d为四个电阻。P、Q间可接电流计，由电流计中电流*I*的方向可判断出P、Q两点中哪一点的电势较高。可能出现下列三种情况：

1、*I*＝0，这表示四个电阻的阻值相等。

2、*I*从P到Q，这表示P点电势较高，a、b、c、d中有一电阻偏大或偏小。有下列四种可能：b偏大；c偏大；a偏小；d偏小。

3、*I*从Q到P，这表示P点电势较低，有四种可能；a偏大；d偏大；b偏小；c偏小。

应采取的实验步骤和判断：设7个电阻为①、②、③、④、⑤、⑥、⑦，阻值相同的称为正常电阻，阻值不同的那个为特异电阻。

第一次测量：将①、②、③、④分别接入a、b、c、d位置，这时可有以下三种情况：

情况A：*I*向下，则有四种可能：②大；③大；①小；④小。

情况B：*I*向上，则有四种可能：①大；④大；②小；③小。

情况A和情况B中，其余三个电阻⑤、⑥、⑦均正常。

情况E：*I*＝0，这时，①、②、③、④正常，特异电阻在⑤、⑥、⑦中。

第二次测量：若情况A或情况B成立，进行第二次测量时将①、②对调，即将②、①、③、④分别接入a、b、c、d位置。这时可能有以下两种情况

情况C：I向下，则有四种可能：①大；③大；②小；④小

情况D：I向上，则有四种可能：②大；④大；①小；③小

若情况E成立，特异电阻在⑤、⑥、⑦，第二次测量取其中两个，例如⑤、⑥放于电路中a 、b位置，c、d位置用正常电阻，则有三种情况：

情况F：*I*向下，则有二种可能：⑤小；⑥大；

情况G：*I*向上，则有四种可能：⑥小；⑤大；

情况H：*I*＝0，这时，⑤、⑥均正常，特异电阻即为⑦

前二次测量分析：

若情况A、C成立，则只有两个可能：④小；③大。

若情况A、D成立，则只有两个可能：①小；②大。

若情况B、C成立，则只有两个可能：②小；①大。

若情况B、D成立，则只有两个可能：③小；④大。

若情况E、F成立，则只有两个可能：⑤小；⑥大。

若情况B、G成立，则只有两个可能：⑥小；⑤大。

若情况E、F成立，则只有一个可能：即⑦为特异电阻，偏大抑或偏小待定。

第三次测量：无论以上前6种情况哪一种成立，可疑电阻的范围均缩小成为两个，可能是某一个偏小，或是某一个偏大。第三次测量可将可能偏小的电阻与三个正常电阻接入电路，根据电流计的电流方向即可判断出它或者确实偏小或者是正常电阻。若是前者，这个电阻就是特异电阻。若后者成立，则可能偏大的那个电阻，阻值确实偏大，是特异电阻。

对于情况E、H，只需测定⑦的阻值偏大或偏小。用⑦及三个正常电阻接入电路，即可根据测定结果作出判断。

注：若第一次测量结果为情况A或B，进行第二次测量时可以利用正常电阻⑤、⑥、⑦中的任意两个代替①、②、③、④中的任意两个，分析与判断方法与上述相似。