# 第十三届全国中学生物理竞赛

# 决 赛 试 题

## 一、

在航天飞船上，如图所示，有一个长度*l*＝20厘米的圆筒，绕着与筒的长度方向相垂直的轴OOʹ以恒定的转速*ω*＝100转/分旋转，筒的近轴端离开轴线OOʹ的距离为*d＝*10厘米，筒内装满非常秥稠、密度为*ρ*＝1.2克/厘米3的液体，有一颗质量为*m*ʹ＝1.0毫克、密度*ρ*ʹ＝1.5克/厘米3的粒子从圆筒的正中部释放（释放时粒子相对于圆筒为静止），试求该粒子在到达筒端的过程中克服液体的粘滞阻力所作的功，如果这个粒子的密度是*ρ*″＝1.0克/厘米3，其他条件均不变，则粒子在到达筒端的过程中克服粘滞阻力所作的功又是多少？

O′

O

*ω*

*d*

*l*

## 二、

如图所示，A1和A2是两块面积很大、互相平行又相距较近的带电金属板，相距为*d*，两板间的电势差为*U*，同时，在这两板间还有方向与均匀电场正交而垂直纸面向外的均匀磁场，一束电子通过左侧带负电的板A1上的小孔，沿垂直金属板的方向射入，为使该电子束不碰到右侧带正电的板A2，问所加磁场的磁感应强度至少要多大？设电子所受到的重力及从小孔进入时的初速度均可不计。

*d*

*B*

*A*2

*A*1

## 三、

已知基态He+的电离能为*E*＝54.4电子伏特。

1．为使处于基态的He+进入激发态，入射光子所需的最小能量应为多少？

2．He+从上述最低激发态跃迁返回基态时，如考虑到该离子的，则不考虑反冲相比，它所发射的光子波长的百分变化有多大？（离子He+的能级*E*n与*n*的关系和氢原子能级公式类似。电子电荷取1.60×10-19库仑，质子和中子质量均取1.67×10-27千克，在计算中，可采用合理的近似）。

## 四、

直立的气缸内装有一定质量的理想气体，每摩尔这种气体的内能是*E*＝*RT*，其中*R*为气体普适常量，*T*为热力学温度，质量*M＝*7.00千克的活塞与一倔强系数*k＝*300牛/米的轻质弹簧相连，弹簧的下端固定在气缸底部，如图所示，活塞与气缸壁间的摩擦及弹簧的体积均可忽略不计，平衡时，测得气缸内气体温度为*T*1*＝*300开，压强*p*1*＝*1.40×105帕，气柱长*L*1*＝*50.0厘米，而活塞上方大气压强*p*0*＝*1.00×105帕，活塞的截面积*S＝*25.0厘米2，现有一质量*m＝*3.00千克的铅柱自活塞正上方*H＝*80.0厘米高处自由落下，与活塞发生完全非弹性碰撞，碰撞时间极短而可忽略。已知碰后铅柱在运动过程中某一时刻又与活塞分开，此时气缸内气体的温度*T*2*＝*290开，铅柱最终上升到活塞初始位置上方*h＝*7.80厘米高度，试求自铅柱与活塞开始一起向下运动到铅柱刚离开活塞的整个过程中，外界传给气缸内气体的热量。计算中重力加速度取*g＝*10.0米/秒2，并假设活塞是绝热的，气缸壁是可以导热的，弹簧始终处于弹性限度范围之内。

*L*

*H*

图决13-3

## 五、

像

*L*2

*L*1

物

有两个焦距分别为*f*a和*f*b的凸透镜，如果把这两个透镜作适当的配置，则可使一垂直于光轴的小物体在原位置成一等大、倒立的像，如图所示，试求出满足上述要求的配置方案中各透镜的位置。

## 六、

在空间有*n*个点，分别标记为1、2、…、*n*，任意两点间均用一电阻为*R*的导线相连接，再把点1和点*n*接到电动势为*ε*、内阻为*r*的电源上，求流过连接点1和点*n*的电阻*R*上的电流强度值。

## 七、

*k*2

*O*′

*k*1

*O*

*C*

在两条柔软的弹性轻绳中间连接着一个小球，而这两条绳的另一端分别固定于同一竖直线上的O、Oʹ点，如图所示，已知上、下绳的倔强系数分别为*k*1*＝*8.0牛/米和*k*2＝12.0牛/米。小球静止不动时位于图上C点处，这时上、下绳相对于各自的自然长度分别伸长了*l*1＝0.80米和*l*2＝0.030米，现在将小球沿竖直方向下拉到与平衡位置C的距离为*l*3＝0.080米处，然后轻轻释放，求小球从释放开始到第一次回到该释放点所需要的时间。（计算时可取*g*＝10.0米/秒2）

# 第十三届决赛试参考解答

## 一、

设粒子的体积为，它离开转轴的距离为r，如图13-31所示。先设想如果占有这个体积的不是粒子，而是和周围同样的液体，那么当圆筒旋转时，这一小团液体作匀速圆周运动，它的向心加速度是由周围的液体对它的压力的合作用产生的。由图示，用—F表示该合力，则

  （1）

式中加速度a的方向指向转轴，在图上向左。

 实际上，占有该体积的是密度的粒子，由于其大小、形状、位置等情况与上面设想的小团液体一样，因此这些压力的合力小于维持它做匀速圆周运动所需的向心力，粒子将沿筒轴向外运动。又由于液体非常粘稠，所以粒子所受的粘滞阻力使它的向外运动的速度非常缓慢，在此过程中的每一时刻，其加速度仍可近似地按匀速圆周运动处理。用f表示粘滞阻力的大小（方向向左），有

  （2）

（2）式减去（1）式得

  （3）

由于，所以阻力f为正值，表示方向向左，而粒子将向右运动。

现在计算克服阻力f所做的功W。以航天飞船为参考系，在圆筒旋转过程中，粒子的运动轨迹如图13-32所示（沿转轴俯视）。当粒子转轴的距离为r时，阻力f与该处粒子轨迹的切线平角设为，则粒子运动一小段路程时，克服阻力的功为

 

而由于，所以

 

从（3）式可见，f与r成线性关系，粒子在圆筒中央时：

 

当粒子到达圆筒右端时

  图13-33

用作图法可知，W等于13-33中f曲线下的面积，即

 

  （4）

代入数据，有

 

 J （5）

当粒子密度为时，类似于前面的分析，而现在它和粒子处设想为小团液体相比，质量变小了，周围液体对其压力的合力大于维持它做匀速圆周运动所需的向心力，粒子将沿筒轴向左运动，相应于（3）式，现在我们得到

  （6）

但因，所以（6）式中f为负值，它正表明阻力方向为向右。

 题设，所以由作图法可得此时粒子由筒中央到筒左端的过程中，克服粘滞阻力的功为

 

 

代入数据，得 J

## 二、

解法一 在电场力和磁场力的作用下，进入两板间的电子将在由A1向A2运动的过程中向上偏转，但不会离开纸平面。考虑当磁场为某临界值时，电子束的运动轨迹刚好与板A2相切，如图13-34所示，采用图示坐标系，对切点P，我们有

 ， （1）

而由能量关系得（这里，磁场力不做功，不改变电子的能量）

  （2）

 再取运动轨迹上某一点Q，当一个电子位于Q点时，它所受到的y方向的力是 

在这个力提供了电子在y方向的加速度：

  （3）

注意到（3）式对电子运动过程中各个时刻都是成立的，它可以写成

 

亦即

  （4）

 我们把电子从O点到P点运动过程中所有小段的（4）关系式全部加起来

，而，可由（2）式求出，所以，（5）式就变成，

即

  （5）

这就是电子束运动轨迹与A2板相切情形下，磁感应强度的临界值。只要所加磁场的磁感应强度大于此值，电子就不会碰到A2板。

## 三、

1.电离表示He+的核外电子脱离氦核的束缚所需要的能量，而题问最上能量对应于核外电子由基态能级跃迁到第一激发态，所以

 eV （1）

2.解法一 如果不考虑离子的反冲，由第一激发态迁回基态发射的光子有关系式：

  （2）

现在考虑离子的反冲，光子的频率将不是，而是，为反冲离子的动能，则由能量守恒得

  （3）

又由动量守恒得

  （4）

式中Mv是反冲离子动量的大小，而是发射光子的动量的大小。于是，波长的相对变化

  （5）

由（2）、（3）、（4）式可得

 

由于

所以 

代入数据

 

即百分变化为0.00000054%

 解法二 在不计反冲时，所发射光子频率为对应的波长是

  （2’）

 在计及反冲时，光子的频率设为，He+的反冲速度为v则由能量守恒和动量守恒分别得到

  （3’）

  （4’）

（3’）和（4’）式联立可得

  （5’）

 利用（2’）式和，上式化为

  （6’）

把（6’）式视为关于的一元二次方程，其解是

 

 

显然，为正值要求舍去上式中取负号的解，由于，按公式，取一级近似，即保留到展开公式的x一次项，我们有

 

于是 

代入数值，得，即0.00000054%.

## 四、

1.先计算相关的位置和速度，设弹簧的原长为L0，当活塞处于平衡时

  （1）

  （2）

由（1）、（2）式解得

  （3）

 

 m

 铅柱下落而与活塞碰撞前瞬间的速度为

 m/s （4）

所以，铅柱与活塞在碰撞后向下运动的共同速度

 m/s （5）

铅柱与活塞一起向下运动，经过平衡位置，直到速度变为零，这时弹簧压缩到最短，气缸内气体的体积也压缩到最小。接着，铅柱与活塞一起向上作加速运动，再次到达平衡位置时，加速度为零，向上运动的速度为最大。以后，两者一起向上作减速运动，即作加速度向下的竖直向上运动。当加速度的数值增大到g时，铅柱与活塞分离，设这时气柱长度为L2，则可求得这时铅柱的速度为

  （6）

 这时气体的温度是T2，如设此时气体压强为p2，则有

 ，即 （7）

由于此时铅柱和活塞的加速度方向向下，大小等于g，根据牛顿第二定律，有

 

其中 

所以  （8）

将（7）式代入，经整理得

  （9）

这是关于L2的一元二次方程，其中

 

 

 

 

 

 

解出

 

 

 m

其中L2>0时而舍去了负号解。而求出L2后代入（6）式还可得出v2值：

 m/s

2.计算功和热量，若以活塞、铅柱和弹簧组成的系统为对象，以铅柱和活塞发生弹性碰撞后以同一初速v1开始向下运动的状态为初态，以两者一起回复向上运动期间，铅柱刚离开活塞时的状态为末态，设系统在由初态到末态过程，气缸内气体对活塞的功为W1，活塞反抗大气压作的功为W2，则有

 

  （11）

其中  （12）

又根据势力学第一定律，在由初态到末态的过程中，外界传给气体的热量Q等于气体内能的增量加上气体对外界（对活塞）作的功W1，即

  （13）

式中内能增量可以如下求得：初态时气体的内能和末态时的气体内能分别是和，而由于，可得

  （14）

所以



  （15）

将（11）、（12）、（15）代回（13）式，即得

 

 

 

 J

## 五、

设光线由左向右，先后经过两个凸透镜而成像于题目所要求的位置。反回去考虑，光彘过第2个透镜后将继续向右传播，所以最后成的像必为虚像才能满足题设要求。由此判定，作为透镜2的“物”必在其左侧，物距u2小于透镜2的焦虑f2，并且是倒立的。再考虑到透镜2的“物”应该是透镜1对给定的傍轴物体所成的像（中间像），它只能是给定物的倒立实像，必然成像在透镜1的右侧，（由于最后的像与原物同样大小，还可以肯定中间像一定是缩小的。）以上分析表明，光学系统的配置应如图13-35所示。

根据图上标明的两透镜位置和物距、像距，有

 

因最后像为虚像：

  （2）

又因物、像大小相等：

  （3）

由（3）得

  图13-35

代入（1）、（2）并经过化简可得

  

因题图中要求u>0，故必须。由以上分析可知，要取焦距较小的透镜（即如，取透镜a，反则反之）作透镜L2放在透镜L1右方距离d处，就得到题所要求的配置方案。

## 六、

解法一 1.假设由电源发出的电流由点1进入导线网络，而由点n回到电源。对于点1，它分别与点2、3、…、n相连，把由点1出发到点i连接上的电流记为。对于点n，它分别与点1、2、…、n-1相连，把由点1、2、…、n-1出发到点n连线上的电流记为（i＝1、2、…、n-1）。其中好上面定义的。示意图为13-36，图中仅画出解需要的部分连线，根据对称性，点1处流出电流的分配与点n处电流流入的情况完全对应：、、…、，

即  （i＝1、2、…、n-1） （1）

 2.设点n与点1之间电位差为V，则：

考虑由点1→点n： 

改写为  （2）

考虑由点1→点2→点n：

 

考虑由点1→点3→点n：

  （2’）

 ……

考虑由点1→点n-1→点n：

 

这里在（2’）式中应用了（1）式，而（2’）一共有n-2个式子。

把（2）和所有（2’）式相加，得到

 

即  （3）

这里，是由点1到其他各点的总电流，也就是由电源流入点1的电流。

 3.由欧姆定律

 

代入（3）式即解得

 

于是题目欲求的电流为

 

 解法二 1.根据线路的对称性，将除1、n这两点以外的任一点上的连线和另一点上的连线对调，整个线路和原来的线路完全一样，线路结构没有改变，各线上电流、各点的电势均无改变。可见，由点2到点n-1这n-2个点是完全等价的。

2.因此，上述n-2个点的电势必然完全相同，从而这些点之间的所有连线上都没有电流，在考虑本题所问时，这些连线可以全部撤去。于是，电流就简化为图13-37（a）以至图13-37（g）。

3.根据全电路欧姆定律

 

于是连接点1和点n间电阻R上电流的大小为

 

## 七、

1．首先，可以从该系统静止状态求出小球质量，设小球质量为*m*，根据在静止状态小球受力平衡条件

  （1）

可得 kg （1’）

2．求小球被拉下而释放后上升的高度。如图13-38所示，设上绳处自然长度时其下端点位置为B1，下绳处于自然长度时其上端位置为B2，小球下拉后被释放点为D，被释放后上升到达最高点为H，设HD＝*h*。H点的位置可由机械能守恒定律来求得，但必须注意到，对于H点位于B2之下、位于B1B2之间和位于B1之上这三种情况，机械能守恒的方程式是不同的。

首先，H点不可能位于B2之下，因为这时下绳处于松驰状态，上绳的拉力则大于小球的重力，小球由D到H始终是加速运动，H不可能是小球释放后上升到达的最高点，对于另二种情形，如H点位于B1B2之间，以D为重力势能的零点，有：

  （2）

若H点位于B1之上，则上绳为松驰，相应的方程是

  （2’）

对于（2）式情形，利用（1）式条件，经整理可得：

 

于是 

 m

如在其中取负号解：*h*＝0.010m，这表示H点在B2之下，即小球上升到最高点时下绳仍然松驰，但（2）式中却计入了的弹性势能，所以这是一个不符合原假设的错误解，应予舍去。于是（取正号解）：

*h*＝0.150m

由于力学运动规律是确定和唯一的，所以可不再考虑H位于B1之上，即（2’）式所描述的情形。事实上，解（2’）式得到的是h为负值或h<0.16米（即不在B1之上）这样二个均不合理的解，这也说明了H点不可能位于B1之上。如果先考虑了（2’）情形，得到了否定的结果，这就必须再列出（2）式并从中求出正确的解答。

3．计算小球由D到H所需的时间。这要分两段考虑。

（1）由D到B2这一段，小球在上绳的弹力和重力作用下作简谐运动，其角频率为：

s-1

设与此运动相应（也就是下绳对小球无作用力情形）的平衡点为G，并设，则 m

此简谐振动的振幅为 m

若从D处开始计时，此简谐振动的方程式为

 

而B2点和D点在平衡点的同侧，小球到达B2点时离平衡点的距离是，所以从D到B2所需时间为：

 

s

s

（2）由B2到H这一段，小球是在上、下两绳的弹力以及重力作用下做简谐运动，角频率是：

 s-1

 这是另一种模式的简谐运动，其平衡位置就是C点，而振幅为

 m

由B2到H又可分为二部分，其中由B2到C所需时间为

 

 s＝0.017s

而由C到H是此简谐振动的1/4周期过程，所需时间为

 s＝0.059s

总计由D到H所需时间是

 s

4．小球从H到D所需的时间必然等于由D到H所需的时间，因为从H到B2的运动和上述从B2到H运动属于同一简谐振动模式，所需时间相等。而由B2到D的运动又和从D到B2的运动同属另一种简谐振动模式，所需时间也相等，于是从D到H再加回到D的总时间为*t*＝2*t*DH＝0.26s。