# 说数——此率绵绵无绝期

“道生一，一生二，二生三，三生万物。”老子之道与零何其相似乃尔？

自然数1、2、3……是数学之起点，其他所有的数都是从自然数衍生出来的。自然数的实物原型可能是十个手指，否则我们不会采用十进位制。

自然数均为正数，负数之引入解决了小数不能减大数的困难，例如1－2＝－1。负数也是有原型的，欠债不就是负资产吗？所以负数概念的形成恐怕与人类早期的商业借贷活动有关。

零是数学史上的一大发明，其意义非同小可。首先，零代表“无”，没有“无”何来“有”？因此零是一切数之基础。其次，没有零就没有进位制，没有进位制就难以表示大数，数学就走不了多远。零的特点还表现在其运算功能上，任何数加减零，其值不变；任何数乘以零，得零；任何非零数除以零，得无限大；零除以零，得任何数。零的原型是什么？是“一无所有”还是“四大皆空”？

零和自然数以及带负号的自然数统称为整数。以零为中心，将所有的整数从左到右依次等距排列，然后用一根水平直线将它们连起来，这就是“数轴”。每个整数对应于数轴上的一个点，这些点以等距离互相分开。你看！负数和正数分列左右如雁翅般排开，零据中央，颇有王者气象。

分数的引入解决了不能整除的困难，例如1÷3＝1/3。分数当然也有原型，例如三人平分一个西瓜，每人得三分之一。

数轴上相邻两个整数之间可以插入无限多个分数以填充数轴上的空白，数学家一度认为这下子总算把整个数轴填满了。换句话说，所有的数都已被发现了。其实不然？有些数就根本无法以整数或分数来表示，最著名的就是圆周率，分数只能表示其近似值而非准确值。人们将分数化为十进位小数以后，发现有两种情况：一种是有限位小数。便如1/2＝0.5；另一种是无限循环小数，例如1/3＝0.33333……两者虽貌似不同，但都包含有限的信息，因为循环部分只是重复原有的，并不包含新的信息。圆周率则根本不同，3.14159265358979323846…既不循环，也无终结，所以包含着无限的信息。想想看！北京图书馆里浩如烟海的藏书所包含的信息虽然极多，但仍是有限的，而圆周率却包含着无限的信息，怎能不令人惊叹！数学家将像圆周率那样无法用整数或分数表示的数秒为“无理数”，无理者，不讲道理也！不知道为什么圆周率背了这么个恶名？我曾写过一首题为《圆周率》的小诗为之抱屈，不妨引其中最后一段以博读者一粲：

……

像一篇读不完的长诗

既不循环也不枯竭

无穷无尽永葆常新

数学家称之为无理数

诗人赞之为有情人

道是无理却有情

天长地久有时尽

此率绵绵无绝期

自从祖冲之算出圆周率的数值介于“约率”22/7和“密率”355/113之间以来，一直有人在计算圆周率的更精确数值，最近利用电脑算到了小数点后两百多万位！但比起“此率绵绵无绝期”来，连沧海一粟也不如。就算用最快的超级电脑不停地算下去,一直算到地老天荒，也无法穷尽！此外还有人利用电脑将已算出的圆周率数值化为二进位数列后，对之进行了统计分析，发现它像随机数那样具有最大的不确定性。圆周率本是圆周与直径之完全确定的比值，但它产生的无穷数列却具有最大的不确定性，我们不能不为大自然的神奇奥妙而感到惊讶和震憾。

加入了分数和无理数以后，数学王国更扩大了，在零这位国王两边雁翅排开的阵容就更加威武雄壮了。

有了无理数以后，原来的整数和分数统称为有理数。对数的寻求是否到此为止呢？数学家并不满足，继续孜孜以求，寻找尚未发现的新数，果然被他们找到了。发现的契机是研究一些数的平方根：4的平方根是2（2×2＝4），这是早就知道的正整数，不足为奇；2的平方根是一个无理数，和圆周率类似，也不新鲜。－1的平方根是什么？这可不好办！大家都知道乘法的符号规则是：正正得正，负负得正，任何数的平方均为正数，据此－1的平方根就根本不存在。但不存在的东西可以创造出来！这就是科学的创新精神。数学家为此创造了“虚数”，以符号*i*表示之，并规定*i*的平方为－1，－1的平方根当然就是*i*了。这样一来负数开平方的难题就迎刃而解。例如－4的平方根就等2*i*，即2乘以*i*。

引入虚数固然解决了负数开平方的难题，但也带来了另一个困难——虚数在数轴上没处摆。这迫使数学家创造出一根“虚数轴”，使之与改称为“实数轴”的原来之数轴相垂直。由虚、实两根数轴组成的平面称为“复平面”。实轴上的点是实数，虚轴上的点是虚数。复平面上其余的点就是“复数”，它包含实数及虚数两个部分。零就是实轴与虚轴的交点，是整个复平面的中心，仍占有非常特殊的地位。从实数轴上的“雁翅排开”，发展到复平面上的“众星捧月”，无论数的概念怎样扩大，零的特殊地位始终不变。难怪最近在网络上评选一千年来最重要的发明时，零也在被提名之列。我有一首小诗单咏零：

零赞

你自己一无所有

却成十倍地赐予别人

难怪你这样美

像中秋夜的一轮明月

谁说数学枯燥无味？数学天地充满了诗情画意，有待我们去发掘。

虚数和复数有没有实际的原型呢？乍看似乎“虚”无飘渺，“复”杂得很。其实虚数和复数都有原型；电工学中利用复数表示交流电，虚数代表虚功，使得电工学计算大为简化。如果说在电工学中引入复数只是为了计算方便，不用它也行，不过麻烦一点而已。那就请看量子力学：量子力学中的波函数必须以复数表示，这不是简化计算的问题，而是反映了微观粒子本性的实质问题；换言之，微观世界深层次的自然规律要求复数。谁说数学太抽象？即使抽象如复数，其应用也实际得很呢！

从自然数到负数和零，再到分数、无理数和复数，数的发展史是否还有更新的篇章？我们且拭目以待。