# 第二章 3 简谐运动的回复力和能量

## 问题？

当我们把弹簧振子的小球拉离平衡位置释放后，小球就会在平衡位置附近做简谐运动。小球的受力满足什么特点才会做这种运动呢？

根据牛顿运动定律，可以作出以下判断：做简谐运动的物体偏离平衡位置向一侧运动时，一定有一个力迫使物体的运动速度逐渐减小直到减为 0，然后，物体在这个力的作用下，运动速度又由 0 逐渐增大并回到平衡位置；物体由于具有惯性，到达平衡位置后会继续向另一侧运动，这个力使它再一次回到平衡位置。正是在这个力的作用下，物体在平衡位置附近做往复运动。我们把这样的力称为**回复力**（restoring force）。

## 简谐运动的回复力

做简谐运动的物体受到的回复力有什么特点？下面我们以弹簧振子做简谐运动为例进行分析。

如图2.3-1甲，当小球在 O 点（平衡位置）时，所受的合力为 0；在 O 点右侧任意选择一个位置 P，无论小球向右运动还是向左运动，小球在 P 点相对平衡位置的位移都为*x*，受到的弹簧弹力如图 2.3-1 乙所示。从图中可以看出，迫使小球回到平衡位置的回复力应该是由弹簧弹力提供的，回复力大小为 *F*＝ *kx*（*k* 为弹簧的劲度系数），方向指向平衡位置。

*F*

*F*

*x*

*Q*

*O*

*P*

甲

乙

丙

图2.3-1 简谐运动的回复力

同样道理，当小球在 O 点左侧某一位置 Q 时，迫使小球回到平衡位置的回复力还是由弹簧弹力提供，大小仍为 *F*＝ *kx*，方向指向平衡位置（如图 2.3-1 丙所示）。从上面的分析可以看出，弹簧对小球的弹力是小球做简谐运动的回复力，这个力的大小与小球相对平衡位置的位移成正比，方向与位移方向相反，可表示为：*F*＝－ *kx*，式中“－”号表示 *F* 与 *x* 反向。

理论上可以证明，如果物体所受的力具有 *F*＝－ *kx* 的形式，物体就做简谐运动。也就是说：**如果物体在运动方向上所受的力与它偏离平衡位置位移的大小成正比，并且总是指向平衡位置，质点的运动就是简谐运动**。

## 简谐运动的能量

弹簧振子中小球的速度在不断变化，因而它的动能在不断变化；弹簧的伸长量或压缩量在不断变化，因而它的势能也在不断变化。弹簧振子的能量变化具有什么规律呢？

### 做一做

弹簧振子的势能与弹簧的伸长量有关，动能与小球的速度有关。请在下表中填出图2.3-1 中的弹簧振子在各位置的能量。某量为最大值、最小值用“最大”和“最小”表示，某量为零用数字“0”表示，增加和减少分别用“↗”和“↘”表示（假设 P、Q 为最大位移处）。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 位置 | Q | Q → O | O | O → P | P |
| 位移的大小 |  |  |  |  |  |
| 速度的大小 |  |  |  |  |  |
| 动能 |  |  |  |  |  |
| 弹性势能 |  |  |  |  |  |
| 机械能 |  |  |  |  |  |

沿水平方向振动的弹簧振子的势能为弹性势能，其大小取决于弹簧的形变量。小球运动远离平衡位置时，势能会增大。与此同时，小球的速度减小，动能减小。小球到达最大位移时，动能为 0，势能最大。小球通过平衡位置时，动能最大，势能为 0。

理论上可以证明，在弹簧振子运动的任意位置，系统的动能与势能之和都是一定的，遵守机械能守恒定律。

实际的运动都有一定的能量损耗，所以简谐运动是一种理想化的模型。

当小球运动到最大位移时，动能为 0，弹性势能最大，系统的机械能等于最大弹性势能。对于弹簧劲度系数和小球质量都一定的系统，振幅越大，机械能越大。

## 练习与应用

本节共 4 道习题。第 1、2 题通过证明斜面上的弹簧振子、水中的筷子和圆弧上的小球的运动都是简谐运动，丰富了学生对简谐运动认识，也深化了学生对回复力的理解。第3题运用牛顿第二定律来加深学生对平衡位置的认识。第 4 题利用振动图像让学生全面认识解决简谐运动中的回复力、速度、加速度以及能量等物理量的变化规律。

1．把图 2.3-2 中倾角为 *θ* 的光滑斜面上的小球沿斜面拉下一段距离，然后松开。假设空气阻力可忽略不计，试证明小球的运动是简谐运动。

图2.3-2

*θ*

**参考解答**：小球静止时受到重力、斜面的支持力和弹簧拉力的作用。平衡时弹簧伸长了 *x*0，则 *mg*sin*θ* = *kx*0。弹簧拉长后，设离开平衡位置的位移为 *x*，规定 *x* 方向为正方向，则弹簧的拉力为 *F*弹 = − *k*(*x* + *x*0)，小球沿斜面方向受到的合力 *F* = *F*弹 + *mg*sin*θ* = − *k*(*x* + *x*0) + *mg*sin*θ* = − *kx*，所以小球的运动是简谐运动。

2．若想判定以下振动是不是简谐运动，请你陈述求证的思路（可以不进行定量证明），空气阻力可忽略。

（1）粗细均匀的一根木筷，下端绕几圈铁丝，竖直浮在较大的装有水的杯中（图2.3-3）。把木筷往上提起一段距离后放手，木筷就在水中上下振动。

图 2.3-3

（2）光滑圆弧面上有一个小球，把它从最低点移开一小段距离，放手后，小球以最低点为平衡位置左右振动（图 2.3-4）。

图2.3-4

**参考解答**：（1）如果不考虑水的粘滞阻力，木筷受到重力和浮力，重力恒定不变，浮力与排开水的体积成正比，把木筷静止时的位置看作平衡位置。以平衡位置为坐标原点，如果木块所受的合力与其偏离平衡位置的位移大小成正比，且方向相反，则可以判断木块做简谐运动。证明如下，设水的密度为 *ρ*，横截面积为 *S*，静止时，浸入水中的深度为 *h*0，则 *mg* = *ρgSh*0。木块离开平衡位置的位移为 *x*，木筷所受的浮力 *F*′ = *ρgS*(*x* + *h*0)。规定向下为正方向，而木筷受到的合力 *F* = *mg* − *F*′ = − *ρgSx* = − *kx*。由此可知，木块的运动是简谐运动。

（2）小球受到重力和圆弧面的支持力，重力恒定不变，支持力始终与运动方向垂直。重力沿圆弧切线方向的分力充当回复力，如果能够证明该力与小球偏离平衡位置的位移大小成正比，并且指向平衡位置，则可以判定小球做简谐运动。具体证明方法可请同学预习第 4 节内容。

3．做简谐运动的物体经过 A 点时，加速度的大小是 2 m/s2，方向指向 B 点；当它经过 B 点时，加速度的大小是 3 m/s2，方向指向 A 点。若 AB 之间的距离是 10 cm，请确定它的平衡位置。

**参考解答**：平衡位置在 AB 之间，距 A 点 4 cm，距 B 点 6 cm。

4．图 2.3-5 为某物体做简谐运动的图像，在 0 ~ 1.5 s 范围内回答下列问题。

0

−4

4

0.1

0.5

0.9

1.3

*t*/s

*x*/cm

图 2.3-5

（1）哪些时刻物体的回复力与 0.4 s 时的回复力相同？

（2）哪些时刻物体的速度与 0.4 s 时的速度相同？

（3）哪些时刻的动能与 0.4 s 时的动能相同？

（4）哪段时间的加速度在减小？

（5）哪段时间的势能在增大？

**参考解答**：（1）0.6 s、1.2 s、1.4 s

（2）0.2 s、1.0 s、1.2 s

（3）0、0.2 s、0.6 s、0.8 s、1.0 s、1.2 s、1.4 s

（4）0.1 ~ 0.3 s、0.5 ~ 0.7 s、0.9 ~ 1.1 s、1.3 s ~ 1.5 s

（5）0 ~ 0.1 s、0.3 ~ 0.5 s、0.7 ~ 0.9 s、1.1 ~ 1.3 s