# 二十届全国物理竞赛预赛



一、（20分）

两个薄凸透镜*L*1和*L*2共轴放置，如图所示，已知*L*1的焦距*f*1＝*f*，*L*2的焦距*f*2＝－*f*，两透镜间的距离也是*f*，小物体位于物面*P*上，物距*u*1＝3*f*。

（1）小物体经这两个透镜所成的像在*L*2的\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_边，到*L*2的距离为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_像（虚或实）、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_像（正或倒），放大率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

（2）现把两个透镜位置调换，若还要给定的原物在原像处成像，两透镜作为整体应沿光轴向\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_边移动距离\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_，这个新的像是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_像（虚或实）、\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_像（正或倒），放大率为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

二、（20分）

一个氢放电管发光，在其光谱中测得一条谱线的波长为4.86×10-7m，试试是氢原子中电子从哪一个能级向哪一个能级（用量子数*n*表示）跃迁时发出的？已知氢原子基态（*n*＝1）的能量为*E*1＝－13.6eV＝－2.18×10-18J，普朗克常量为*h*＝6.63×10-34J·s。

三、（20分）

在野外施工中，需要使质量*m*＝4.20kg的铝合金构件升温，除了保温瓶中尚存有温度为*t*＝90.0℃的1.200kg的热水外，无其他热源，试提出一个操作方案，能利用这些热水使构件从*t*0＝10.0℃从升温到66.0℃以上（含66.0℃），并通过计算验证你的方案，已知铝合金的比热容*c*＝0.880×103J/(kg℃)，水的比热容*c*0＝4.20×103J/(kg℃)，不计向周围环境散失的热量。



四、（20分）

从*z*轴上的O点发射一束电量为*q*（＞0）、质量为*m*的带电粒子，它们速度的方向分布在以O点为顶点、*z*轴为对称轴的一个顶角很小的锥体内（如图所示），速度大小都为*v*，试设计一种匀强磁场，能使这束带电粒子会聚于*z*轴上的另一点M，M点离开O点的距离为*d*，要求给出磁场方向、磁感强度有大小和最小值，不计粒子间的相互作用和重力的作用。



五、（20分）

有一个摆长为*L*的单摆（摆球可视为质点，摆线的质量不计），在过悬挂点的竖直线上距悬挂点O的距离为*x*处（*x*＜*L*）的C点有一个固定的钉子，如图所示，当摆摆动时，摆线会受到钉子的阻挡，当*L*一定而*x*取不同值时，阻挡后摆球的运动情况将不同，现将摆拉到位于竖直线的左方（摆球的高度不超过O点），然后放手，令其自由摆动，如果摆线被钉子阻挡后，摆球恰能够击中钉子，试求*x*的最小值。



六、（20分）

质量为*M*的运动员手持一质量为*m*的物块，以速率*v*0沿与水平面成*α*角的方向向前跳跃（如图），为了能跳得更远一点，运动员可在跳远全过程中的某一位置处，沿某一方向把物块抛出，物块抛出时相对运动员的速度的大小*u*是给定的，物块抛出后，物块和运动员都在同一竖直平面内运动。

（1）若运动员在跳远的全过程中某时刻*t*0把物块沿与*x*轴负方向成某*θ*角的方向抛出，求运动员从起跳到落地所经历的时间，

（2）在跳远的全过程中，运动员在何处把物块沿与*x*轴负方向成*θ*角的方向抛出，能使自己跳得更远？若*v*0和*u*一定，在什么条件下跳得最远？并求出运动员跳的最大距离。

七、（20分）

图中A和B是真空中的两块面积很大的平行金属板，加上周期为*T*的交流电压，地两板间产生交变的匀强电场，已知B板的电势为零，A板电势*U*A随时间变化的规律如图所示，其中*U*A的最大值为*U*0，最小值为－2*U*0，在图中，虚线MN表示与A、B板平行等距的一个较小的面，此面到A和B的距离都为*L*，在此面所在处，不断产生电量为*q*、质量为*m*的带负电的微粒，各个时刻产生带电微粒的机会均等，这种微粒产生后，从静止出发在电场力的作用下运动，设微粒一旦碰到金属板，它就附在板上不再运动，且其电量同时消失，不影响A、B板的电压，已知上述的*T*、*U*0、*L*、*q*和*m*等各量的值正好满足等式

*L*2＝（）2

若在交流电压变化的每个周期*T*内，平均产生320个上述微粒，试论证在*t*＝0到*t*＝*T*/2这段时间内产生的微粒中，有多少微粒可达到A板（不计重力，不考虑微粒之间的相互作用）。

# 参考答案

一、

（1）右、*f*、实、倒、1

（2）左、2*f*、实、倒、1

二、

*E*＝*hν*＝*hλ*＝4.09×10-19 J，而*En*＝*E*1 / *n*2，

所以*E*2＝－5.45×10-19 J，*E*3＝－2.42×10－19 J，*E*4＝－1.36×10－19 J，*E*5＝－0.872×10－19 J

*E*＝*E*4－*E*2，所以是从*n*＝4的能级跃迁到*n*＝2的能级时发出的。

三、

（1）先倒一部分热水出来与构件达到热平衡后把水倒掉，再倒一部分热水出来与构件达到热平衡后把水倒掉，直到最后一次。

（2）若分五部分，第一次：*c*0*m*0（*t*－*t*0）＝*cm*（*t*1－*t*0）得*t*1＝27.1℃，依次是*t*2＝40.6℃，*t*3＝51.2℃，*t*4＝59.5℃，*t*5＝66.0℃，同理可证明分四次就达不到66.0℃。所以不得少于5次。

四、

因*θ*很小，所以*vz*＝*v*cos*θ*＝*v*，*v*⊥＝*v*sin*θ*＝*vθ*，

又*qBv*⊥＝*m*⊥，*T*＝*π*⊥＝*π*，粒子作螺旋运动，螺距为*h*＝*vz T*＝*vT*

而*d*＝*nh*，*n*为整数，所以*B*＝，最小值为*B*＝。

五、

设摆线受阻后摆到摆线与竖直方向成*α*角时离开圆周，起始时摆线与竖直方向的夹角为*θ*，则

*T*＋*mg* cos *α*＝*m*，－*mgL* cos *θ*＝*mv*2－*mg*[*x*－(*L*－*x*) cos *α*]，

可解得：*v*2＝*g*(*L*－*x*) cos *α*，2 *L* cos*θ*＝2 *x*－3(*L*－*x*) cos *α*，

以后摆球作斜抛运动，有：

(*L*－*x*)sin *α*＝*vt* cos *α*，(*L*－*x*) cos *α*＝－*vt* sin *α*＋*gt*2，

可解得：*v*2＝*αα*，所以cos *α*＝，*θ*＝arccos，*θ*最大为*π* / 2，所以*x*最小为（2－）*L*＝0.464*L*。

六、

（1）起跳后*t*0时刻到达*P*点时有：

*vPx*＝*v*0 cos *α*，*vPy*＝*v*0 sin *α*－*gt*0，*xP*＝*v*0 *t*0 cos *α*，*yP*＝*v*0 *t*0 sin *α*－*gt*02，

刚抛出时有：

MVPx*＋*m*（*VPx*－*ux*）＝（*M*＋*m*）*vPx*，*MVPy*＋*m*（*VPy*－*uy*）＝（*M*＋*m*）*vPy*，*

而*ux*＝*u* cos*θ*，*uy*＝*u* sin*θ*，所以得：

*VPx*＝*v*0 cos *α*＋*θ*，*VPy*＝*v*0 sin *α*－*g t*0＋*θ*，

此后为新的抛体运动，所以有：

*x*＝*xP*＋*VPx*（*t*－*t*0）＝[*v*0 cos *α*＋*θ*] *t*－*θt*0，

*y*＝*yP*＋*VPy*（*t*－*t*0）－*g*（*t*－*t*0）2＝2[*v*0 sin *α*＋*θ*] *t*－*gt*2－2*θt*0＝0，

所以*t*＝*αθ*±*αθθ*。式中只有取＋号才符合题意，

所以*t*＝。

（2）*t*越大*t*0越小时*x*越大，当*t*0＝0时，*t*最大，则

*x*＝*α*＋*θα*＋*θ*，

若sin 2*α*＝1，sin（*θ*＋*α*）＝1，sin 2*θ*＝1，即*α*＝，*θ*＝时*x*有最大值，为

*x*＝＋＋。

七、

电压为*U*0时，微粒的加速度为*a*0＝，所以*L*＝*a*0*T*2，*t*＝0时产生的粒子，经*T* / 2时移动距离为*x*＝*a*0（）2＞*L*，即早就碰到A板了，设在*t*＝*t*1时产生的粒子刚能到达A板，它先加速*Δt*1时间后减速，则有：

*d*1＝*a*0（*Δt*1）2，0＝*v*12＋2（－2*a*0）*d*2＝（*a*0*Δt*1）2＋2（－2*a*0）*d*2，*d*1＋*d*2＝*d*，*t*1＋*Δt*1＝*T* / 2。

可解得：*t*1＝*T* / 4。即*t*＝0到*t*＝*T* / 4期间产生的粒子都能到达A板，

为讨论*T* / 4＜*t*＜*T* / 2期间产生的粒子的运动情况，先设想静止在A板附近的粒子在2*U*0电压加速下的运动，要到达B板有：2*L*＝（2*a*0）*τ*2，则*τ*＝*T*，则凡在MN到A板间的静止粒子，只要加速时间大于*τ*，就一定能到达B板，*t*＝*T* / 4时产生的粒子向A板运动加速时间为*T* / 4，那么减速时间为*T* / 8，反向加速时间为3 *T* / 8，大于*τ*，必撞到B板了，而迟些产生的粒子，加速时间小于*T* / 4，那么减速时间小于*T* / 8，反向加速时间更大，都将撞到B板上了。

所以只有*t*＝0到*t*＝*T* / 4期间产生的粒子能到达A板，粒子总数为320 / 4＝80。

一、参考解答

（1） 右  *f* 实 倒 1 。

（2） 左 2*f* 实 倒 1 。

评分标准：本题20分，每空2分。

二、参考解答

波长与频率的关系为 ， （1）

光子的能量为 ， （2）

由式（1）、（2）可求得产生波长m谱线的光子的能量

 J （3）

氢原子的能级能量为负值并与量子数的平方成反比：

 ，1，2，3，… （4）

式中为正的比例常数。氢原子基态的量子数1，基态能量已知，由式（4）可得出

  （5）

把式（5）代入式（4），便可求得氢原子的2，3，4，5，… 各能级的能量，它们是

|  |
| --- |
| J， |
| J， |
| J， |
| J。 |

比较以上数据，发现

J。 （6）

所以，这条谱线是电子从的能级跃迁到的能级时发出的。

评分标准：本题20分。

式（3）4分，式（4）4分，式（5）4分，式（6）及结论共8分。

三、参考解答

1. 操作方案：将保温瓶中℃的热水分若干次倒出来。第一次先倒出一部分，与温度为℃的构件充分接触，并达到热平衡，构件温度已升高到，将这部分温度为的水倒掉。再从保温瓶倒出一部分热水，再次与温度为的构件充分接触，并达到热平衡，此时构件温度已升高到，再将这些温度为的水倒掉。然后再从保温瓶中倒出一部分热水来使温度为的构件升温……直到最后一次，将剩余的热水全部倒出来与构件接触，达到热平衡。只要每部分水的质量足够小，最终就可使构件的温度达到所要求的值。

2. 验证计算：例如，将1.200kg热水分5次倒出来，每次倒出＝0.240kg，在第一次使热水与构件达到热平衡的过程中，水放热为

 （1）

构件吸热为

  （2）

由及题给的数据，可得

 ＝27.1℃ （3）

同理，第二次倒出0.240kg热水后，可使构件升温到

 ＝40.6℃ （4）

依次计算出～的数值，分别列在下表中。

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 倒水次数/次 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
| 平衡温度/℃ | 27.1 | 40.6 | 51.2 | 59.5 | 66.0 |

可见＝66.0℃时，符合要求。

附：若将1.200kg热水分4次倒，每次倒出0.300kg，依次算出～的值，如下表中的数据：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 倒水次数/次 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 平衡温度/℃ | 30.3 | 45.50 | 56.8 | 65.2 |

由于＝65.2℃＜66.0℃，所以如果将热水等分后倒到构件上，则倒出次数不能少于5次。

评分标准：本题20分。

设计操作方案10分。操作方案应包含两个要点：①将保温瓶中的水分若干次倒到构件上。②倒在构件上的水与构件达到热平衡后，把与构件接触的水倒掉。

验证方案10分。使用的验证计算方案可以与参考解答不同，但必需满足两条：①通过计算求出的构件的最终温度不低于66.0℃。②使用的热水总量不超过1.200kg。这两条中任一条不满足都不给这10分。例如，把1.200kg热水分4次倒，每次倒出0.300kg，尽管验算过程中的计算正确，但因构件最终温度低于66.0℃，不能得分。

*v*z



*v*

*v*z

四、参考解答

设计的磁场为沿轴方向的匀强磁场，点和点都处于这个磁场中。下面我们根据题意求出这种磁场的磁感应强度的大小。粒子由点射出就进入了磁场，可将与轴成角的速度分解成沿磁场方向的分速度和垂直于磁场方向的分速度（见图预解20-4-1），注意到很小，得

 （1）

 （2）

粒子因具有垂直磁场方向的分速度，在洛仑兹力作用下作圆周运动，以表示圆周的半径，有

 

圆周运动的周期



由此得

 （3）

可见周期与速度分量无关。

粒子因具有沿磁场方向的分速度，将沿磁场方向作匀速直线运动。由于两种分速度同时存在，粒子将沿磁场方向作螺旋运动，螺旋运动螺距为

  （4）

由于它们具有相同的，因而也就具有相同的螺距；又由于这些粒子是从同一点射出的，所以经过整数个螺距（最小是一个螺距）又必定会聚于同一点。只要使等于一个螺距或一个螺距的（整数）倍，由点射出的粒子绕磁场方向旋转一周（或若干周后）必定会聚于点，如图20-4-2所示。所以

 ， ＝1，2，3，… （5）

由式（3）、（4）、（5）解得

 ， ＝1，2，3，… （6）

这就是所要求磁场的磁感应强度的大小，最小值应取＝1，所以磁感应强度的最小值为

 。 （7）

评分标准：本题20分。

磁场方向2分，式（3）、（4）各3分，式（5）5分，求得式（6）给5分，求得式（7）再给2分。

五、参考解答

摆线受阻后在一段时间内摆球作圆周运动，若摆球的质量为，则摆球受重力和摆线拉力的作用，设在这段时间内任一时刻的速度为，如图预解20-5所示。用表示此时摆线与重力方向之间的夹角，则有方程式

  （1）

运动过程中机械能守恒，令表示摆线在起始位置时与竖直方向的夹角，取点为势能零点，则有关系

 （2）

摆受阻后，如果后来摆球能击中钉子，则必定在某位置时摆线开始松弛，此时＝0，此后摆球仅在重力作用下作斜抛运动。设在该位置时摆球速度，摆线与竖直线的夹角，由式（1）得

 ， （3）

代入（2）式，求出

 （4）

要求作斜抛运动的摆球击中点，则应满足下列关系式：

， （5）

  （6）

利用式（5）和式（6）消去，得到

  （7）

由式（3）、（7）得到

  （8）

代入式（4），求出

 （9）

越大，越小，越小，最大值为，由此可求得的最小值：

，

所以

 （10）

评分标准：本题20分。

式（1）1分，式（2）3分，式（3）2分，式（5）、（6）各3分，式（8）3分，式（9）1分，式（10）4分。

六、参考解答

（1）规定运动员起跳的时刻为，设运动员在点（见图预解20-6）抛出物块，以表示运动员到达点的时刻，则运动员在点的坐标、和抛物前的速度的分量、分别为



*V*px

*V*py

*u*x

*u*y

*v*0

， （1）

 （2）

， （3）

 （4）

设在刚抛出物块后的瞬间，运动员的速度的分量大小分别为、，物块相对运动员的速度的分量大小分别为、，方向分别沿、负方向。由动量守恒定律可知

 ， （5）

  （6）

因的方向与轴负方向的夹角为，故有

  （7）

  （8）

解式（1）、（2）、（5）、（6）和式（7）、（8），得

  （9）

  （10）

抛出物块后，运动员从点开始沿新的抛物线运动，其初速度为、。在时刻（）运动员的速度和位置为

， （11）

 ， （12）

 ， （13）

  （14）

由式（3）、（4）、（9）、（10）、（13）、（14）可得

 （15）

  （16）

运动员落地时，

 

由式（16）得

 ， （17）

方程的根为

  （18）

式（18）给出的两个根中，只有当“”取“＋”时才符合题意，因为从式（12）和式（10），可求出运动员从点到最高点的时间为式

 

而从起跳到落地所经历的时间应比上面给出的时间大，故从起跳到落地所经历的时间为

 （19）

（2）由式（15）可以看出，越大，越小，跳的距离越大，由式（19）可以看出，当

＝0

时，的值最大，由式（3）和式（4）可知，抛出物块处的坐标为

 ，  （20）

即应在原点亦即在刚起跳时把物块抛出，运动员可跳得远一点。由式（19）可以得到运动员自起跳至落地所经历的时间为

 

把和代入式（15），可求得跳远的距离，为

  （21）

可见，若

，

即 ，  （22）

时，有最大值，即沿与轴成45°方向跳起，且跳起后立即沿与负轴成45°方向抛出物块，则有最大值，此最大值为

  （23）

评分标准：本题20分。

第一小问13分：求得式（15）、（16）各3分，式（17）2分，求得式（19）并说明“”取“＋”的理由给5分。第二小问7分：式（20）2分，式（22）2分，式（23）3分。

七、参考解答

在电压为时，微粒所受电场力为，此时微粒的加速度为。将此式代入题中所给的等式，可将该等式变为

  （1）

现在分析从0到时间内，何时产生的微粒在电场力的作用下能到达A板，然后计算这些微粒的数目。

在时产生的微粒，将以加速度向A板运动，经后，移动的距离与式（1）相比，可知

  （2）

即时产生的微粒，在不到时就可以到达A板。在的情况下，设刚能到达A板的微粒是产生在时刻，则此微粒必然是先被电压加速一段时间，然后再被电压减速一段时间，到A板时刚好速度为零。用和分别表示此两段时间内的位移，表示微粒在内的末速，也等于后一段时间的初速，由匀变速运动公式应有

  （3）

 （4）

又因

 ， （5）

 ， （6）

 ， （7）

由式（3）到式（7）及式（1），可解得

 ， （8）

这就是说，在的情况下，从到这段时间内产生的微粒都可到达A板（确切地说，应当是）。

为了讨论在这段时间内产生的微粒的运动情况，先设想有一静止粒子在A板附近，在电场作用下，由A板向B板运动，若到达B板经历的时间为，则有

 

根据式（1）可求得

 

由此可知，凡位于到A板这一区域中的静止微粒，如果它受的电场作用时间大于，则这些微粒都将到达B板。

在发出的微粒，在的电场作用下，向A板加速运动，加速的时间为，接着在的电场作用下减速，由于减速时的加速度为加速时的两倍，故经过微粒速度减为零。由此可知微粒可继续在的电场作用下向B板运动的时间为

 

由于，故在时产生的微粒最终将到达B板（确切地说，应当是），不会再回到A板。

在大于但小于时间内产生的微粒，被的电场加速的时间小于，在的电场作用下速度减到零的时间小于，故可在的电场作用下向B板运动时间为

 

所以这些微粒最终都将打到B板上，不可能再回到A板。

由以上分析可知，在到时间内产生的微粒中，只有在到时间内产生的微粒能到达A板，因为各个时刻产生带电微粒的机会均等，所以到达A板的微粒数为

  （9）

评分标准：本题20分。

论证在到时间内产生的微粒可能到达A板给10分；论证到时间内产生的微粒不能到达A板给6分。求得最后结果式（9）再给4分。